

การวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยใช้ สถานะความเค้นที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ Slope Stability Analysis Using Stress States Obtained from Finite Element Analysis

เชิดพงษ์ สุขเอม^{1,*} และ ภาณุ พร้อมพุดธางกูร²

^{1,2} สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาวิทยาลัเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย วิทยาเขตสงขลา

*Corresponding author; E-mail address: dongtan0065@gmail.com

บทคัดย่อ

บทความนี้แสดงผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินด้วยโปรแกรม GeoStudio (SLOPE/W) โดยวิธีลดความต้านทานซึ่งอาศัยสถานะความเค้นที่ได้จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยลาดชันมีความสูง 2 เมตร กว้าง 3 เมตร เปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์เสถียรภาพที่ได้จากการใช้วิธีสมมูลจำกัดซึ่งเป็นวิธีปฏิบัติทั่วไป สำหรับดินเหนียวปนทราย การวิเคราะห์เริ่มต้นโดยกำหนดค่าแรงยึดเหนี่ยวคงที่เท่ากับ 30 กิโลปาสคาล และกำหนดมุมเสียดทานในช่วง 0-40 องศา กรณีดินทรายปนดินเหนียว ได้กำหนดมุมเสียดทานคงที่เท่ากับ 30 องศา และกำหนดค่าแรงยึดเหนี่ยวในช่วง 0-80 กิโลปาสคาล การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์จากทั้งสองวิธีทำได้โดยพิจารณาที่ขึ้นดินเดียวกันซึ่งมีค่าแรงยึดเหนี่ยว 30 กิโลปาสคาล และมุมเสียดทาน 30 องศา จากนั้น กำหนดรัศมีและแนวระนาบโค้งวัดสำหรับลาดชันดินเหนียวผสมดินทราย ภาพรวมพบว่า ค่าอัตราส่วนความปลอดภัยจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สูงกว่าค่าจากวิธีสมมูลจำกัด ยกเว้นแต่กรณีที่มีมุมเสียดทานมีค่าเท่ากับ 0 และ 1 องศา การเปรียบเทียบผลจากทั้งสองวิธีพบว่า ค่าอัตราส่วนความปลอดภัยจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คือ 2.542 ในขณะที่การวิเคราะห์โดยวิธีสมมูลจำกัดคือ 2.462 แสดงให้เห็นว่า การวิเคราะห์โดยใช้วิธีดั้งเดิมก็ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกับการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

คำสำคัญ: เสถียรภาพลาดชัน, วิธีสมมูลจำกัด, วิธีลดความต้านทาน, ไฟไนต์เอลิเมนต์

Abstract

This paper presents the stability analysis results of soil slopes having 2 m high and 3 m wide, using GeoStudio (SLOPE/W) program that employed the strength reduction method based on stress states obtained by finite element analysis. Then, they were compared to the stability analysis results obtained from limit equilibrium method that is

commonly being utilised at present day. For sandy clay, the analysis began by defining the cohesion and frictional angle of 30 kPa and in a range of 0 – 40 degree, respectively. In the case of clayey sand, the frictional angle was 30 degree, while the cohesion ranged from 0 to 80 kPa. To compare the results obtained from the two methods, it was achieved by considering the same soil slice that had cohesion and frictional angle of 30 kPa and 30 degree, respectively. Subsequently, a radius for the slip circle to be analysed was arbitrarily defined. For clay-sand mixture slopes, when considering overall results, it was found that a factor of safety obtained from the FEM is higher than those obtained from the LEM, except for the case of the slopes having the frictional angles of 0 and 1 degree. The comparison of results from both methods showed that a factor of safety obtained from the FEM was 2.542, while the LEM yielded the value of 2.462. This indicates that the conventional analysis method provides a result similar to that obtained by the FEM.

Keywords: Slope stability, Limit equilibrium method, Strength reduction method, Finite element method

1. บทนำ

ลาดชันเป็นลักษณะภูมิประเทศทางธรณีวิทยาที่มีพื้นผิวไม่เป็นแนวราบ แรงโน้มถ่วงของโลกจะพยายามทำให้พื้นที่ลาดชันเหล่านี้ไหลกลับมายุในแนวระนาบ หากลาดชันมีเสถียรภาพไม่เพียงพอจะทำให้เกิดการวิบัติตามมา ปัจจัยที่มีผลต่อการวิบัติของลาดชันมีหลายด้าน ได้แก่ คุณสมบัติของวัสดุ ขนาดของลาดชัน ความชันของดิน รวมถึงน้ำหนักกระทำจากโครงสร้างที่มนุษย์สร้างขึ้น ดังนั้นการก่อสร้างระบบโครงสร้างพื้นฐาน เช่น ถนน สะพาน รวมทั้งอาคารทั่วไป ที่ตั้งอยู่ใกล้กับลาดชันจะต้องมีการพิจารณาว่าในอนาคตลาดชันบริเวณข้างเคียงจะวิบัติและส่งผลกระทบต่อโครงสร้างดังกล่าวหรือไม่ ถ้ามีโอกาสเกิดขึ้น จะวางแผนดำเนินการอย่างไรต่อไปในประเทศ

ไทย ดินถล่มเป็นภัยพิบัติที่เกิดขึ้นเป็นประจำและสร้างความเสียหายอย่างมาก ภาวะโลกร้อนเป็นหนึ่งในสาเหตุที่ทำให้สภาพอากาศแปรปรวน เช่น หนาวจัด หรือเกิดฝนตกหนักอย่างยาวนานต่อเนื่อง เป็นต้น ส่งผลให้เกิดความเสียหายจากภัยพิบัติดินถล่มอย่างต่อเนื่องมากขึ้นทุกปี และเพิ่มขึ้นถึงมากกว่า 10 เท่าในช่วงระยะเวลา 40 ปีที่ผ่านมา [1] ปัญหาดินถล่มจึงเป็นเรื่องที่ต้องให้ความสำคัญและมีการศึกษาแนวทางการวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชันอย่างจริงจัง

มาตรฐานกรมโยธาธิการและผังเมืองประกอบการปฏิบัติเพื่อความปลอดภัยที่เกี่ยวข้องกับอาคาร การขุดดินและการถมดินในพื้นที่เสี่ยงภัยดินถล่ม (Landslide) และบริเวณลาดเชิงเขา [2] มยผ. 1916-62 ระบุถึงมาตรฐานประกอบการวิเคราะห์ความมั่นคงในพื้นที่เสี่ยงภัยดินถล่มให้ใช้วิธีสมมูลจำกัดและสามารถคำนวณโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) ซึ่งวิธีที่ใช้กันแพร่หลายในปัจจุบันคือวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน หากผลการวิเคราะห์ลาดชันพบว่าเสถียรภาพไม่เพียงพอจะต้องทำการป้องกันการพังทลายสำหรับลาดเชิงเขาตามมาตรฐาน มยผ. 1917-62 ก่อนทำการก่อสร้างสิ่งปลูกสร้าง

1.1 กลไกและสาเหตุการวิบัติของลาดชัน

การวิบัติของลาดชันเป็นปรากฏการณ์ที่พบได้บ่อยในงานวิศวกรรมธรณีเทคนิค เนื่องจากเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้เกิดความเสียหายต่อโครงสร้างพื้นฐานและสิ่งปลูกสร้างในบริเวณลาดชัน การวิบัติของลาดชันนั้นสามารถเกิดขึ้นได้จากหลากหลายปัจจัยประกอบกัน Karl Terzaghi และคณะ [3] ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์พื้นฐานด้านกลศาสตร์ดิน ทำให้ทราบว่าปัจจัยสำคัญที่กำหนดความแข็งแรงของดินคือแรงยึดเหนี่ยว (Cohesion: c) และมุมเสียดทาน (Friction Angle: มุม ϕ) ซึ่งมีผลต่อแรงต้านทานภายในของวัสดุ นอกจากนี้ ปัจจัยภายนอกอย่างแรงดันน้ำ (Pore Water Pressure) จากน้ำฝนหรือการระบายน้ำยังเป็นปัจจัยที่ลดทอนความสามารถในการรับแรงเฉือนของดินอีกด้วย เมื่อแรงดันน้ำเพิ่มขึ้น ค่าหน่วยแรงประสิทธิผลของดินจะลดลง ส่งผลให้ความสามารถในการรับแรงเฉือนของดินลดลงตามไปด้วยและทำให้เสถียรภาพของลาดชันลดลงในที่สุด [4]

ในลาดชันที่ประกอบด้วยดินหรือหินที่มีการจัดเรียงแบ่งเป็นชั้นและมีรอยแยกระหว่างชั้น (Discontinuities) การจัดเรียงและทิศทางของชั้นเหล่านี้มีผลสำคัญต่อการวิบัติของลาดชัน โดยเมื่อชั้นหรือรอยแยกอยู่ในแนวเดียวกันกับลาดชันจะเกิดกลไกการวิบัติในแนวแผ่น (Planar Failure) หรือเกิดกลไกการวิบัติเป็นรูปสามเหลี่ยม (Wedge Failure) ในกรณีที่มีหลายชั้นตัดกัน อาจทำให้เกิดการพลิกคว่ำ (Toppling Failure) ได้ [5] นอกจากนี้ ลักษณะเรขาคณิตของลาด เช่น ความสูงและมุมเอียงของลาดชัน มีผลโดยตรงต่อแรงที่กระทำในแนวลาด เมื่อมุมเอียงมากขึ้น น้ำหนักกระทำของมวลวัสดุก็จะเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความเสี่ยงในการเกิดวิบัติของลาดชันเพิ่มสูงขึ้น ปัจจัยเหล่านี้ล้วนส่งผลต่อค่าอัตราส่วนความปลอดภัยโดยตรง ดินที่มีคุณสมบัติแข็งแรงและลาดชันที่มีมุมเอียงน้อยกว่ามักจะมีความปลอดภัยกว่า [6]

แรงสั่นสะเทือนจากแผ่นดินไหวและ แรงภายนอกอื่น ๆ เช่น แรงระเบิดจากการทำเหมือง, แรงสั่นสะเทือนจากการจราจร หรือแรงกระแทกจากการตอกเสาเข็มในงานก่อสร้างบริเวณใกล้เคียง สามารถส่งผลกระทบต่อ

เสถียรภาพของลาดชันได้โดยตรง เมื่อมีแรงสั่นสะเทือนเกิดขึ้น มวลดินหรือหินจะได้รับแรงกระแทกและอาจทำให้เกิดการขยับตัวของชั้นดินและเปลี่ยนแปลงสมมูลแรงได้ แรงสั่นสะเทือนเหล่านี้สามารถส่งผลให้ลาดชันมีความปลอดภัยลดลงได้ [7]

การวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันยังมีการนำไปใช้ในสาขาอื่นๆ อีกหลายด้าน เช่น การการวิบัติของมวลหินในสภาพแวดล้อมธรรมชาติสำหรับงานและเหมืองแร่และปิโตรเลียม [8-9]

หลักการสำคัญในการประเมินเสถียรภาพของลาดชันคือการคำนวณค่า Factor of Safety (อัตราส่วนความปลอดภัย: FS) ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการเปรียบเทียบระหว่างความสามารถในการรับแรงของลาดชันเปรียบเทียบกับแรงที่กระทำต่อลาดชัน โดยหาก FS มีค่ามากขึ้นบ่งบอกถึงความปลอดภัยที่มากขึ้น ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อค่า FS ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของดิน เช่น ค่าความเชื่อมแน่นระหว่างเม็ดดิน ความหนาแน่นของดิน มุมเสียดทาน รวมถึงแรงดันน้ำในดิน ซึ่งการเข้าใจและวิเคราะห์ปัจจัยเหล่านี้อย่างถูกต้องจะช่วยให้วิศวกรสามารถวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันได้อย่างมีประสิทธิภาพ [10] หาก FS มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่าลาดชันนี้มีความปลอดภัย โดยยิ่ง FS มีค่ามากเท่าไรยิ่งแสดงว่าลาดชันมีเสถียรภาพมากขึ้นเท่านั้น โดยทั่วไปแล้วนิยมใช้ FS ที่ 1.5 หรือมากกว่าเนื่องจากเป็นที่ยอมรับโดยสากล รวมถึงมาตรฐาน AASHTO ก็ได้แนะนำให้ใช้ค่า FS ที่ 1.5 หรือมากกว่าเช่นกัน เพื่อให้ลาดชันมีความมั่นคงและปลอดภัย [11] อย่างไรก็ตาม การเลือกนาค่า F.S. ไปใช้จริงนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น ประเภทของงานลาดชัน, ความซับซ้อนของพื้นที่, ความสำคัญของโครงสร้าง, ความเสี่ยงต่อความเสียหาย, และมาตรฐานท้องถิ่นหรือข้อกำหนดของหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง

1.2 วิธีสมมูลขีดจำกัด (Limit Equilibrium Method: LEM)

วิธี LEM เป็นหนึ่งในวิธีที่ได้รับความนิยมในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน เนื่องจากความเรียบง่ายและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในกรณีศึกษาต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง วิธีนี้มีพื้นฐานจากหลักการสมดุลของแรง (Force Equilibrium) และสมดุลของโมเมนต์ (Moment Equilibrium) ที่เกิดขึ้นในมวลดินหรือมวลหินบนลาดชัน การหา FS ด้วยวิธี LEM นั้นแตกต่างกันไปตามหลักการที่เลือกใช้ในการวิเคราะห์ โดยมีพื้นฐานเดียวกันคือการหาอัตราส่วนระหว่างแรงต้านทานการเคลื่อนตัวและแรงขับเคลื่อนการพังทลายดังสมการที่ (1)

$$FS = \frac{\sum \text{แรงต้านทานการวิบัติ}}{\sum \text{แรงขับเคลื่อนที่ทำให้ลาดชันวิบัติ}} \quad (1)$$

การวิเคราะห์ลาดชันด้วยวิธี LEM ทำได้โดยการแบ่งพื้นที่ลาดชันออกเป็นสไลด์ย่อยในแนวดิ่งหลายส่วน แต่ละส่วนนี้เรียกว่า Slice การแบ่ง Slice มีวัตถุประสงค์เพื่อทำให้การวิเคราะห์สมดุลแรงและโมเมนต์ในมวลดินทำได้ง่ายขึ้น โดยแต่ละหลักการของวิธีจะมีข้อสมมติฐานที่ต่างกันในการพิจารณาสมดุลของแรงและโมเมนต์ระหว่าง Slice ส่งผลให้สมการที่ใช้ในการคำนวณค่า FS แตกต่างกันไป จากนั้นวิเคราะห์สมการสมดุลแรงและโมเมนต์ในแต่ละ slice เพื่อหาค่า FS โดยใช้หลักการพื้นฐานมาจากทฤษฎี

Mohr-Coulomb ซึ่งระบุว่ากำลังต้านทานแรงเฉือนของดิน (τ) สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (2)

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi' \quad (2)$$

โดยที่ τ คือความสามารถในการรับแรงเฉือน c' คือแรงยึดเหนี่ยวประสิทธิผล, σ' คือค่าหน่วยแรงประสิทธิผล Effective Stress และ ϕ' คือมุมเสียดทานประสิทธิผล [12]

การวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM จะใช้ในการหาค่าวิกฤติ (Critical Slip Surface) ซึ่งเป็นแนวระนาบที่คำนวณได้ว่ามีค่า FS ต่ำที่สุด จากนั้นจึงนำค่า FS ที่ได้มาเปรียบเทียบกับมาตรฐานความปลอดภัยที่กำหนดในแต่ละหน่วยงาน หากลาดชันมีเสถียรภาพไม่เพียงพอจะต้องหาแนวทางการปรับปรุงเพื่อลดความเสี่ยงในการวิบัติของลาดชันตามความเหมาะสม เช่น ปรับระดับดินเพื่อลดมุมลาดเอียง ปรับปรุงระบบระบายน้ำ ใช้น้ำหนักค้ำยันบริเวณฐานพื้นลาดเอียง หรือฉีดพ่นคอนกรีต เป็นต้น

ในบางกรณีผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM อาจมีน้อยกว่าความเป็นจริงมากเมื่อเทียบกับอัตราการวิบัติของลาดชันในความเป็นจริง เนื่องจากวิธี LEM มีข้อจำกัดจากข้อสมมติฐานที่มากเกินไปในการวิเคราะห์ เช่น ข้อจำกัดในการจำลองพฤติกรรมของดินที่ไม่เป็นเชิงเส้น และการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงและระยะการเคลื่อนตัวภายในมวลดินอย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจส่งผลให้การประเมินเสถียรภาพคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริงได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการวิเคราะห์ลาดชันที่รับแรงสั่นสะเทือน หรือดินที่มีพฤติกรรมซับซ้อน วิธี LEM อาจไม่สามารถให้ผลลัพธ์ที่แม่นยำเพียงพอ [13] ดังนั้นการเปรียบเทียบผลการคำนวณ FS จากวิธีต่างๆ จึงช่วยให้วิศวกรสามารถเข้าใจข้อจำกัดและความแม่นยำของแต่ละวิธี ซึ่งส่งผลต่อการตัดสินใจในการเสริมเสถียรภาพของลาดชันในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

1.3 วิธีลดความต้านทาน (Strength Reduction Method: SRM)

ในยุคปัจจุบัน การวิเคราะห์ความมั่นคงของลาดชันได้มีการพัฒนาไปสู่วิธีการที่ซับซ้อนและให้ข้อมูลเชิงลึกมากขึ้น หนึ่งในวิธีการสำคัญคือวิธีลดความต้านทาน (Strength Reduction Method: SRM) ซึ่งในทางปฏิบัติ มักถูกนำมาใช้ร่วมกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method: FEM) ในรูปแบบที่เรียกว่า SRM/FEM วิธีนี้มีความสามารถในการจำลองพฤติกรรมของลาดชันได้อย่างละเอียด และช่วยให้เห็นถึงพฤติกรรมที่ซับซ้อนของระบบลาดชันได้ดีกว่าวิธีการวิเคราะห์แบบดั้งเดิม พื้นฐานของวิธี SRM มาจากทฤษฎีพลาสติกของดิน ซึ่งกำหนดว่าความแข็งแรงของดินจะลดลงเมื่อดินเข้าสู่โหมด Plastic Flow ด้วยวิธีการคำนวณซ้ำ โดยเริ่มจากค่าความแข็งแรงของดินเริ่มจากในสภาวะปกติ จากนั้นค่อยๆ ลดความแข็งแรงของดินลงจนกระทั่งลาดชันเกิดการวิบัติ [14]

การวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM เริ่มต้นจากการสร้างแบบจำลองเชิงตัวเลขผ่านวิธี FEM โดยแบ่งพื้นที่ลาดชันออกเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ (Elements) จากนั้นจึงระบุข้อมูลพื้นฐานของดินที่ได้จากภาคสนามและผลการทดสอบใน

ห้องปฏิบัติการ เช่น ค่าแรงยึดเหนี่ยว, มุมเสียดทาน หน่วยน้ำหนักของดิน และโมดูลัสยืดหยุ่นของดิน การสร้างแบบจำลองลาดชันที่แม่นยำได้นั้น ขึ้นอยู่กับการระบุข้อมูลพื้นฐานของดินเป็นสำคัญ [15] การวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM เป็นเทคนิคที่ทำการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันซ้ำๆ เริ่มจากลาดชันที่มีความแข็งแรงในสภาวะปกติ จากนั้นจึงลดค่าความแข็งแรงของดิน เช่น แรงยึดเหนี่ยว c' และมุม ϕ' ลงทีละน้อยในแต่ละครั้ง จนกระทั่ง FEM ของลาดชันมีการเปลี่ยนแปลงที่ชัดเจนในรูปแบบของการเสียรูปหรือสภาพพลาสติกของดินถึงค่าวิกฤติ ค่าอัตราส่วนลดกำลังวิกฤติ (Critical Strength Reduction Factor) ที่ได้จากการลดค่านี้จะสามารถแปลงเป็นเสถียรภาพของลาดชันเป็นค่า FS แสดงถึงเสถียรภาพของลาดชัน [16]

วิธี SRM มีความได้เปรียบกว่าวิธี LEM ในกรณีที่ดินมีพฤติกรรมไม่เป็นเชิงเส้นหรือมีลักษณะเฉพาะที่ไม่สามารถจำลองได้ด้วยสมการเชิงเส้นได้อย่างแม่นยำ รวมถึงสามารถวิเคราะห์ลาดชันได้ทั้งแบบ 2 มิติและ 3 มิติ อย่างไรก็ตาม ข้อจำกัดของวิธี SRM นั้นคือแบบจำลองต้องการข้อมูลพื้นฐานที่ละเอียดและมีความซับซ้อนสูงเพื่อให้การวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM มีความแม่นยำและน่าเชื่อถือ ดังนั้นการป้อนข้อมูลที่ถูกต้องและครบถ้วนจึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่ง [17] ข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM ได้แก่ แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด เช่น Mohr-Coulomb, Cam-Clay, Hardening Soil Model ซึ่งแบบจำลองแต่ละแบบมีความเหมาะสมกับชนิดดินและพฤติกรรมดินที่แตกต่างกัน รวมถึงการกำหนดขอบเขตของแบบจำลองที่เหมาะสมเพื่อให้แบบจำลองสะท้อนพฤติกรรมของลาดชันในสภาพจริงได้ดีขึ้น รวมถึงต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงในงานวิเคราะห์แบบ 3 มิติ เนื่องจากปริมาณการคำนวณที่เพิ่มขึ้นอย่างมาก

ปิยะ รัตนสุวรรณ และวรรณสิริ พันธุ์โร [18] ได้ศึกษาค้นดินทางรถไฟบริเวณจังหวัดนครสวรรค์ เนื่องจากได้สังเกตว่าเส้นทางรถไฟในภาคเหนือตอนล่างในบริเวณลุ่มที่น้ำท่วมถึงจำเป็นต้องมีการบำรุงบูรณะเส้นทางอย่างต่อเนื่องเพื่อให้รถไฟวิ่งได้อย่างปลอดภัยเนื่องจากรางรถไฟเกิดการเคลื่อนตัวส่งผลให้รางรถไฟมีระดับไม่สม่ำเสมอจากน้ำท่วมขังในฤดูฝน โดยศึกษาเสถียรภาพของลาดชันคันดินทางรถไฟด้วยวิธี LEM ผ่านโปรแกรม KU Slope 2.0 โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการเก็บตัวอย่างดินจากคันดินด้วย Hand Auger ผลการวิเคราะห์พบว่าบางพื้นที่มีค่า FS น้อยกว่า 1.5 ขึ้นอยู่กับหลักการที่เลือกใช้ในการวิเคราะห์ และเมื่อวิเคราะห์ด้วยหลักการ Janbu นั้นหลายพื้นที่ยังมี FS น้อยกว่า 1 อีกด้วย สาเหตุสำคัญมาจากสภาพดินเดิมเป็นดินเหนียว CL ตามมาตรฐาน USCS ไม่เหมาะสมกับพื้นรางทางรถไฟ และได้เสนอแนวทางแก้ไขโดยใช้ Gabion Box ซึ่งจะช่วยให้ลาดชันมี FS มากขึ้นเกินกว่า 1.5 เมื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยวิธี Spencer ได้

โอจักรพรรดิ สุขชัยสิทธิ์ และคณะ [19] ได้ศึกษาโครงสร้างกำแพงกันดินเสริมกำลังด้วยตาข่ายเสริมกำลังดิน (Geogrid) ทำมาจากโพลีเอทิลีนความหนาแน่นสูง (HDPE) ที่เป็นส่วนหนึ่งของระบบรางทดแทนการสร้างกำแพงกันดินเสริมกำลังแบบดั้งเดิมเนื่องจากมีต้นทุนที่ต่ำกว่าเมื่อเทียบกับความสามารถที่ได้รับ โดยได้ศึกษาพฤติกรรมของกำแพงกันดินเสริมกำลังเมื่อรับ

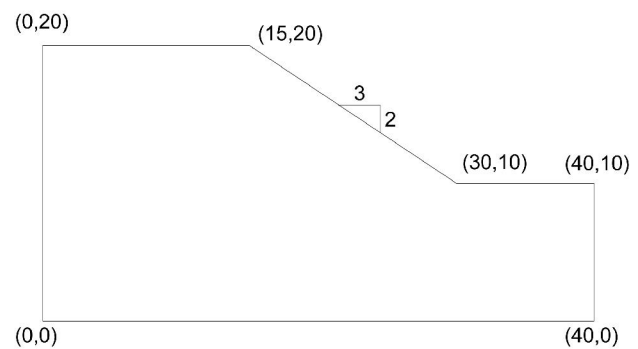
แรงกระทำแบบพลวัตจากการเคลื่อนที่ของเพลารถไฟบนทางรถไฟชั้นหินโรยทาง (Ballast) ตามมาตรฐานของการรถไฟแห่งประเทศไทย การศึกษาทำได้โดยการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสามมิติจากโปรแกรม Plaxis 3D และใช้แรงกระทำแบบจุด Point Load ขนาด 10 ตันเหนือรางเพื่อจำลองน้ำหนักของล้อจากเพลารถไฟตามมาตรฐานของการรถไฟแห่งประเทศไทย UIC 20 ผลการทดสอบทำให้ทราบถึงพฤติกรรมต่างๆ ที่เกิดขึ้นต่อชั้นดิน เช่น แรงกระทำส่งผลให้ชั้นดินมีการทรุดตัวลงและมีการปูดออกด้านข้าง การเคลื่อนตัวด้านข้างของกำแพงที่บนสุดของกำแพงจะมีค่าสูงสุดเมื่อความเร็วของรถไฟต่ำ และการเคลื่อนตัวด้านข้างสูงสุดจะอยู่ต่ำลงเมื่อความเร็วมีค่ามากขึ้น การเคลื่อนที่ของรถไฟจะทำให้เกิดแถบของการทรุดตัววางตัวจากศูนย์กลางไปยังผิวหน้ากำแพงในลักษณะเฉียงไปทางด้านหลังของทิศทางการเคลื่อนที่ และเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นขนาดของแถบการทรุดตัวนี้มีค่าน้อยลงแต่มีค่าการทรุดตัวมากขึ้น สำหรับหน่วยแรงในวัสดุเสริมแรงนั้นพบว่าเมื่อความเร็วมีค่ามากขึ้นจะเกิดความเค้นจากแรงดึงในวัสดุเสริมแรง แต่เมื่อความเร็วไปถึงจุดหนึ่งจะเกิดหน่วยแรงจากแรงอัดในวัสดุเสริมแรงแทน

วารุณี กะการดี, สุทธิศักดิ์ ศรีสัมพันธ์ และ รัฐธรรม อัสโรหาร [20] ได้ศึกษาลาดชันดินชุดที่มีคุณสมบัติเป็นดินเหนียวอ่อนในบริเวณจังหวัดกรุงเทพมหานครฯ โดยได้ศึกษาเกี่ยวกับความอ่อนไหวของตัวแปรและ FS เนื่องมาจากแรงเฉือนของชั้นดินเหนียวอ่อนดังกล่าวโดยใช้วิธีสมมูลขีดจำกัด, วิธีลดความต้านทาน และวิธีสมมูลจำกัดร่วมกับการพิจารณาหน่วยแรงในมวลดิน เพื่อหาความลึกการขุดที่ปลอดภัยสำหรับลาดชันที่ไม่มีการเสริมแรง ผลการศึกษาพบว่าทั้ง 3 วิธีให้ค่า FS ที่ใกล้เคียงกัน หากจำเป็นต้องศึกษาพฤติกรรมอย่างอื่นร่วมด้วย เช่น การเคลื่อนตัว เป็นต้น ควรใช้วิธี FEM ในการวิเคราะห์ นอกจากนี้การวิเคราะห์ด้วยวิธี FEM ให้ค่าผลลัพธ์ FS สูงกว่าการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM จึงทำให้สามารถขุดได้ลึกที่สุด

2. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยนี้ มุ่งเน้นการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินถมที่มีขนาดความสูงของลาดชัน 2 เมตร กว้าง 3 เมตร โดยใช้โปรแกรม GeoStudio ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณีศึกษา ได้แก่ กรณีศึกษาแรกจะวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันเพื่อหาค่า FS ที่ต่ำที่สุด โดยใช้วิธี LEM ซึ่งประกอบด้วยหลักการ Ordinary, Janbu, Bishop, Spencer และ Morgenstern-Price และวิธี SRM ซึ่งอาศัยการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ FS ที่ได้จากหลักการต่างๆ ส่วนกรณีศึกษาที่ 2 เป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพโดยกำหนดแนวระนาบวิบัติขึ้นมาในตำแหน่งเดียวกันที่พิกัด $x = 30$, $y = 30$ และมีรัศมีระนาบวิบัติ = 20 เมตรโดยใช้ดินที่มีคุณสมบัติเหมือนกันเพื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ระหว่างวิธี LEM และ SRM/FEM เพื่อให้เข้าใจถึงความแตกต่างในการประเมินเสถียรภาพของแต่ละวิธี โดยทำการแบ่งแนวระนาบวิบัติอ้างอิงออกเป็นสามย่อยๆ หรือ Slice และทำการเปรียบเทียบ Shear Resistance หรือความสามารถในการต้านทานแรงเฉือน และ Shear Mobilized หรือแรงเฉือนที่เกิดขึ้นจริงในแต่ละ

Slice ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM และวิธี SRM จากนั้นทำการหาค่า FS ของแต่ละ Slice เพื่อนำมาเปรียบเทียบการกระจายตัวของค่า FS ตามแนวระนาบวิบัติ ซึ่งจะแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างในการประเมินเสถียรภาพในแต่ละส่วนของลาดชัน ผลการวิเคราะห์จากทั้งสองกรณีศึกษาจะถูกนำมาเปรียบเทียบกันเชิงปริมาณ โดยจะพิจารณาทั้งตำแหน่งของแนวระนาบวิบัติวิกฤติ และการกระจายตัวของค่า FS ตามแนวระนาบวิบัติอ้างอิง เพื่อให้เข้าใจถึงความแตกต่างและข้อดีข้อเสียของแต่ละวิธีในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินถม



รูปที่ 1 พิกัดต่างๆ ของดินถมที่ใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน

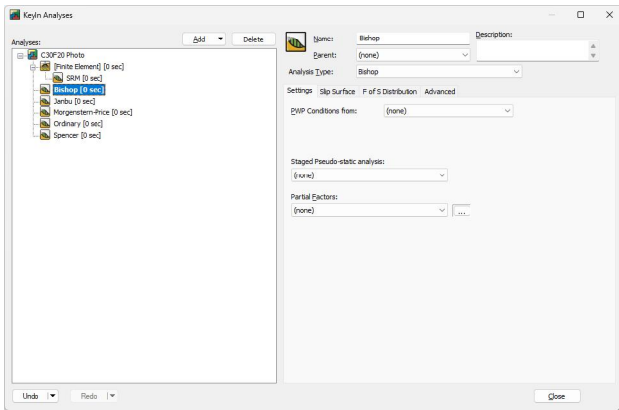
คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการทดสอบครั้งนี้แบ่งเป็น 3 กลุ่ม โดยการวิเคราะห์แบบกรณีที่ 1 จะใช้ตัวอย่าง 2 กลุ่มแรก และการวิเคราะห์แบบกรณีที่ 2 จะใช้กลุ่มตัวอย่างที่ 3 แสดงดัง

ตารางที่ 1

ตารางที่ 1 คุณสมบัติวัสดุที่ใช้ในการทดสอบ

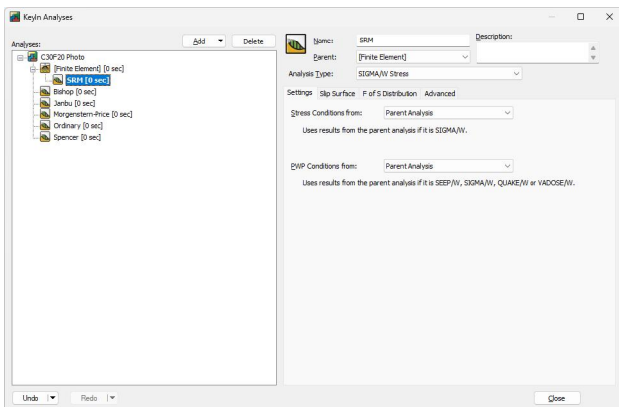
Material	C (กิโล ปาสคาล)	ϕ (องศา)	E (กิโล ปาสคาล)	Unit Weight (kN/m ³)
ดินเหนียวปนทราย	30	0-40	10,000	20
ดินทรายปนดินเหนียว	0-80	30	10,000	20
ดินเหนียวผสมดินทราย	30	30	10,000	20

การวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยใช้โปรแกรม GeoStudio ด้วยวิธี LEM นั้นใช้ส่วนการวิเคราะห์ SLOPE/W ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน โดยตั้งค่าโปรเจกต์ในส่วนช่อง “Parent: (none)” เพื่อระบุว่าเป็นการวิเคราะห์ลาดชันโดยไม่คำนวณต่อจากการวิเคราะห์ใดๆ และ “PWP Condition from: (none)” เพื่อระบุว่าเป็นการวิเคราะห์แบบ Dry Slope หรือไม่พิจารณาอิทธิพลของแรงดันน้ำ จากนั้นเลือก “Analysis Type:” ตามหลักการตามหลักการที่ต้องการวิเคราะห์ FS แสดงดังรูปที่ 2 สำหรับระนาบการวิบัติในแท็บ “Slip Surface” เลือกการวิบัติแบบ “Slip Surface Option: Grid and Radius” หรือกำหนดจุดหมุนและแนวจุดตัดรัศมีแนวการวิบัติในการวิเคราะห์



รูปที่ 2 การตั้งค่าโปรแกรมสำหรับวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM

สำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยวิธี SRM นั้นจะใช้ส่วนการวิเคราะห์ SIGMA/W สำหรับวิเคราะห์แบบ FEM ในการวิเคราะห์ความเค้นที่เกิดขึ้นบนลาดชันโดยเลือกการวิเคราะห์ “Analysis Type: Insitu” ซึ่งวิเคราะห์แรงภายในที่เกิดขึ้นในลาดชัน จากนั้นนำผลความเค้นที่ได้จากการวิเคราะห์ SIGMA/W มาใช้เป็นเงื่อนไขในการวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชันด้วยวิธี SRM โดยใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ FEM ในส่วนการวิเคราะห์ SLOPE/W โดยการเลือก “Parent:” ให้ตรงกับชื่อการวิเคราะห์จากส่วนการวิเคราะห์ SIGMA/W เนื่องจากเป็นการวิเคราะห์ที่ใช้ข้อมูลจากส่วนการวิเคราะห์ดังกล่าว โดยเลือก “Analysis Type: SIGMA/W Stress” เพื่อดึงความเค้นที่ได้จากการคำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์นำมาใช้หาค่า FS แสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การตั้งค่าโปรแกรมสำหรับวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ใช้ Mesh ขนาด 0.5 เมตร และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตล่างเป็น Fixed X/Y ขอบเขตด้านข้างเป็น Fixed X คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการวิเคราะห์กำหนดเป็นโมเดลวัสดุ Mohr-Coulomb โดยในแต่ละลาดชันจะระบุค่าคุณสมบัติดินแตกต่างกันไปตามตัวอย่างดินที่ต้องการแล้วจึงวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันเพื่อหา FS ลาดชันของดินแต่ละตัวอย่างต่อไป

3. ผลการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้เป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชันด้วยโปรแกรม GeoStudio โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 3 กลุ่มเพื่อเปรียบเทียบเสถียรภาพของลาดชันในแต่ละด้าน ดังนี้

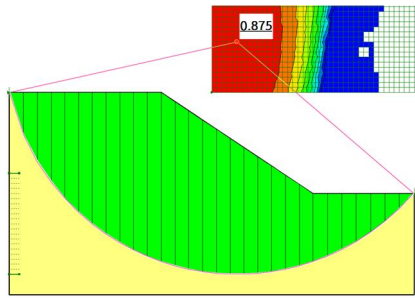
3.1 กลุ่มดินเหนียวปนทราย

กลุ่มดินเหนียวปนทราย คือกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดค่า Cohesion หรือค่าความเชื่อมแน่นระหว่างเม็ดดินคงที่ที่ 30 กิโลปาสกาล และกำหนดมุม ϕ เท่ากับ 0-40 องศา กำหนดค่า $E = 10,000$ กิโลปาสกาล Unit Weight = 20 kN/m^3 ผลการวิเคราะห์ลาดชันแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการวิเคราะห์ลาดชันตัวอย่างดินเหนียวปนทราย

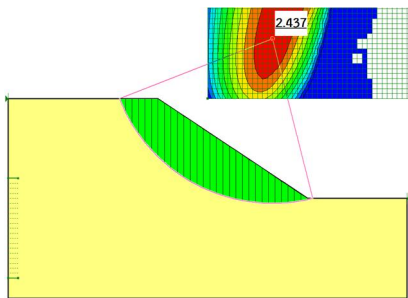
ϕ (องศา)	C (กิโลปาสกาล)	Factor of Safety					
		Ordinary	Janbu	Bishop	Spencer	Morgenstern-Price	SRM/FEM
0	30	0.877	0.861	0.877	0.877	0.876	0.875
1	30	0.947	0.926	0.960	0.960	0.960	0.955
5	30	1.181	1.159	1.214	1.214	1.213	1.212
10	30	1.409	1.384	1.455	1.454	1.453	1.466
15	30	1.621	1.589	1.682	1.680	1.679	1.705
20	30	1.828	1.791	1.909	1.906	1.905	1.938
25	30	2.042	2.000	2.152	2.147	2.146	2.178
30	30	2.272	2.224	2.395	2.390	2.389	2.437
35	30	2.517	2.465	2.650	2.644	2.643	2.713
40	30	2.792	2.734	2.933	2.925	2.924	3.013

จากผลการวิเคราะห์ลาดชันดินเหนียวปนทรายที่มีมุม ϕ เท่ากับ 0 องศา แสดงให้เห็นว่าลาดชันมีเสถียรภาพต่ำ ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของดินเหนียวที่มักพบในพื้นที่ราบหรือลุ่มน้ำ กล่าวคือโดยธรรมชาติแล้วดินเหนียวที่มีมุมเสียดทานต่ำจะไม่สามารถคงรูปลาดชันได้ และมีแนวโน้มที่จะวิบัติจนเป็นพื้นที่ราบในที่สุด การวิเคราะห์การวิบัติของลาดชันดินเหนียวที่มีมุมเสียดทาน 0 องศา พบว่าลาดชันเกิดการวิบัติแบบวงกว้างครอบคลุมพื้นที่ทั้งหมดของลาดชัน โดยค่า FS จากทุกวิธีวิเคราะห์มีค่าใกล้เคียงกันที่ 0.875 – 0.877 ยกเว้นหลักการ Janbu ที่มีค่า FS ต่ำที่สุดที่ 0.861 หากทำการปรับเพิ่มความกว้างและความลึกของลาดชันที่ใช้ในการวิเคราะห์จะทำให้พื้นที่การวิบัติมีขนาดใหญ่ขึ้นจนเต็มพื้นที่ที่ใช้ในการวิเคราะห์ลาดชันและส่งผลให้ FS น้อยลงตามไปด้วย เนื่องจากน้ำหนักของปริมาตรดินจะมากขึ้นตามปริมาตรของดินที่เราเลือกนำมาวิเคราะห์ แต่ความสามารถในการต้านทานแรงเฉือนนั้นมีค่าคงที่อยู่ที่ 30 กิโลปาสกาล จากความเชื่อมแน่นระหว่างเม็ดดินเพียงอย่างเดียว แสดงดังรูปที่ 4 ดังนั้นหากคำนวณลาดชันที่ใหญ่ขึ้นจะส่งผลให้ค่า FS น้อยลงไปด้วย ด้วยเหตุนี้จึงไม่ใช้ตัวอย่างดินที่มีค่ามุม ϕ เท่ากับ 0 องศา ในกราฟสรุปการวิเคราะห์ผล



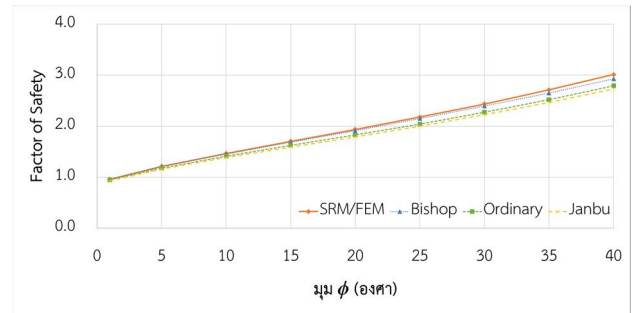
รูปที่ 4 ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM ของลาดชันดินเหนียวปนทรายที่มีค่า
มุม ϕ เท่ากับ 0 องศา

สำหรับลาดชันดินที่มีค่ามุม ϕ ตั้งแต่ 1 องศา ขึ้นไปนั้นจะไม่วิบัติเป็น
ขนาดใหญ่เต็มพื้นที่ลาดชัน โดยจะมีขนาดพื้นที่การวิบัติลดลงและมีค่า FS
ที่มากขึ้นตามค่ามุม ϕ ที่เพิ่มขึ้น เช่น การวิบัติของลาดชันที่มีค่ามุม ϕ
เท่ากับ 30 องศา แสดงดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM ของลาดชันดินเหนียวปนทรายที่มีค่า
มุม ϕ เท่ากับ 30 องศา

จากผลการวิเคราะห์ลาดชันตัวอย่างดินเหนียวปนทรายตามตารางที่ 2
สามารถสรุปเป็นกราฟและสมการแสดงอิทธิพลของมุม ϕ ต่อลาดชันที่มีค่า
 $c = 30$ กิโลปาสกาล ได้ดังรูปที่ 6 แสดงให้เห็นว่า ค่า FS ของลาดชันดิน
เหนียวปนทรายมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามมุม ϕ ที่เพิ่มขึ้น โดยวิธี SRM/FEM ให้
ค่า FS สูงกว่าวิธี LEM เล็กน้อย และแนวโน้มความแตกต่างของ FS ระหว่าง
วิธี SRM/FEM และ LEM เพิ่มขึ้นเมื่อมุมเสียดทานมากขึ้น โดยเส้นกราฟ
หลักการ Spencer และหลักการ Morganstern-Price ได้ถูกซ่อนไว้
เนื่องจากเส้นกราฟของ 2 หลักการนี้ทับซ้อนกับเส้นกราฟของหลักการ
Bishop



รูปที่ 6 กราฟผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินเหนียวปนทรายที่ $c = 30$
กิโลปาสกาล

จากผลการวิเคราะห์ลาดชันดินเหนียวปนทรายเมื่อพิจารณาหลักการ
Spencer และ Morganstern-Price นั้นมีค่า FS ที่ใกล้เคียงกันมาก ทั้งสอง
หลักการนี้เป็นหลักการคำนวณลาดชันที่มีประสิทธิภาพค่อนข้างสูงเนื่องจาก
เป็นหลักการที่วิเคราะห์ทั้งสมการสมดุลแนวตั้ง สมการสมดุลแนวราบ และ
สมการสมดุลโมเมนต์ สำหรับหลักการ Bishop นั้นแม้จะวิเคราะห์เพียง
สมการสมดุลแนวตั้ง และสมการสมดุลโมเมนต์ แต่ผลลัพธ์นั้นที่ได้จากการ
วิเคราะห์นั้นใกล้เคียงกับผลลัพธ์ที่ได้จากหลักการ Spencer และหลักการ
Morganstern-Price มาก เมื่อเปรียบเทียบ FS ที่ได้แล้วแตกต่างกันเพียง
น้อยกว่าร้อยละ 0.5 เท่านั้น ดังนั้นวิศวกรส่วนใหญ่ในปัจจุบันจึงนิยมเลือกใช้
3 หลักการนี้ในการใช้งาน วิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยวิธี LEM
สำหรับผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM นั้นให้ผลลัพธ์ FS ที่
ใกล้เคียงกับ 3 หลักการข้างต้น และที่มุม ϕ ตั้งแต่ 10 องศาขึ้นไปนั้นจะมี
ค่า FS มากกว่า 3 หลักการข้างต้นอยู่ระหว่างร้อยละ 0.76 – 0.89 และส่วน
ต่างของผลลัพธ์ FS จะมากขึ้นเมื่อมีค่ามุม ϕ มากขึ้นจนถึงร้อยละ 2.73 –
3.04 เมื่อมุม ϕ เท่ากับ 40 องศา ขึ้นอยู่กับหลักการที่นำมาเปรียบเทียบ
และสำหรับหลักการ Ordinary และ Janbu นั้นให้ผลลัพธ์การคำนวณค่า
FS ต่ำที่สุด

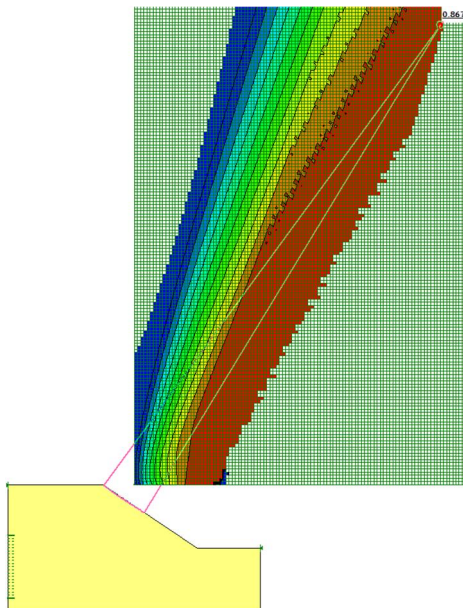
3.2 กลุ่มดินทรายปนดินเหนียว

กลุ่มดินทรายปนดินเหนียว คือกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดค่า Cohesion
หรือค่าความเชื่อมแน่นระหว่างเม็ดดินที่ 0-80 กิโลปาสกาล และกำหนดค่า
มุมเสียดทานหรือมุม ϕ คงที่ที่ 30 องศา กำหนดค่า $E = 10,000$ กิโล
ปาสกาล Unit Weight = 20 kN/m³ ผลการวิเคราะห์ลาดชันแสดงดังตาราง
ที่ 3

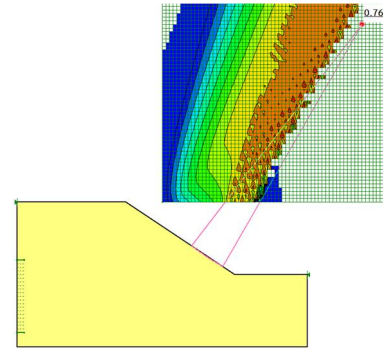
ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ลาดชันด้วยวิธีดินทรายบนดินเหนียว

ϕ (องศา)	C (กิโล ปาสคาล)	Factor of Safety					
		Ordinary	Janbu	Bishop	Spencer	Morgenstern-Price	SRM/FEM
30	0	0.866	0.866	0.867	0.867	0.867	0.763
30	1	0.984	0.982	1.009	1.009	1.009	1.063
30	5	1.229	1.218	1.293	1.290	1.290	1.353
30	10	1.470	1.450	1.550	1.546	1.545	1.615
30	20	1.896	1.858	1.991	1.986	1.986	2.047
30	30	2.272	2.224	2.395	2.390	2.389	2.437
30	40	2.631	2.577	2.764	2.758	2.757	2.800
30	50	2.968	2.925	3.113	3.108	3.106	3.161
30	60	3.335	3.270	3.462	3.457	3.455	3.514
30	70	3.674	3.604	3.811	3.806	3.804	3.855
30	80	4.008	3.936	4.159	4.156	4.153	4.191

เมื่อวิเคราะห์ลาดชันดินทรายบนดินเหนียวที่มีค่า $c = 0$ กิโลปาสคาล พบว่าการวิบัติของลาดชันที่วิเคราะห์ด้วยวิธี LEM ทั้ง 5 หลักการจะวิบัติบริเวณยอดของลาดชันแสดงดังรูปที่ 7 และมี FS ของลาดชันใกล้เคียงกันทั้งหมดที่ 0.866 - 0.867 การวิบัติของลาดชันที่มีค่า $c = 0$ กิโลปาสคาลนี้มีรัศมีโค้งการวิบัติขนาดกว้างมากคล้ายกับเมื่อดินทรายกลิ้งลงมาจากเนินเขาเนื่องจากไม่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างเม็ดดิน เมื่อวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM ในระนาบวิบัติเดียวกันกับวิธี LEM พบว่าวิธี SRM/FEM ให้ค่า FS 0.920 ซึ่งสูงกว่าที่ได้จากวิธี LEM อย่างไรก็ตาม ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM ทั้งลาดชันแสดงให้เห็นว่าการวิบัติของลาดชันจะเริ่มวิบัติบริเวณตีนลาดก่อน โดยมีค่า FS เท่ากับ 0.763 แสดงดังรูปที่ 8

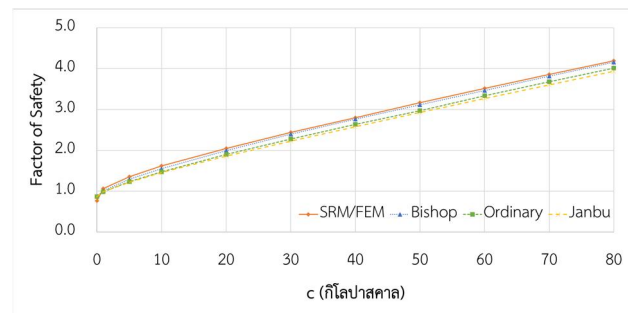


รูปที่ 7 ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM ตามหลักการ Bishop ของลาดชันดินทรายเป็นดินเหนียวที่ $c = 0$ กิโลปาสคาล



รูปที่ 8 ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM ของลาดชันดินทรายเป็นดินเหนียวที่ $c = 0$ กิโลปาสคาล

จากผลการวิเคราะห์ลาดชันด้วยวิธีดินทรายบนดินเหนียวตามตารางที่ 3 สามารถสรุปเป็นกราฟแสดงอิทธิพลของค่า c ต่อลาดชันที่มีค่ามุม ϕ เท่ากับ 30 องศา ได้ดังรูปที่ 9 แสดงให้เห็นว่า ค่า FS ของลาดชันดินทรายเป็นดินเหนียวมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามค่า c ที่เพิ่มขึ้น โดยวิธี SRM/FEM ให้ค่า FS สูงกว่าวิธี LEM เล็กน้อย ความแตกต่างของ FS ระหว่างวิธี SRM/FEM และ LEM ในช่วงค่า c ต่ำค่อนข้างชัดเจน เมื่อค่า c เพิ่มขึ้นอัตราส่วนความแตกต่าง FS มีค่าลดลง โดยเส้นกราฟหลักการ Spencer และหลักการ Morganstern-Price ได้ถูกซ้อนไว้เนื่องจากเส้นกราฟของ 2 หลักการนี้ทับซ้อนกับเส้นกราฟของหลักการ Bishop

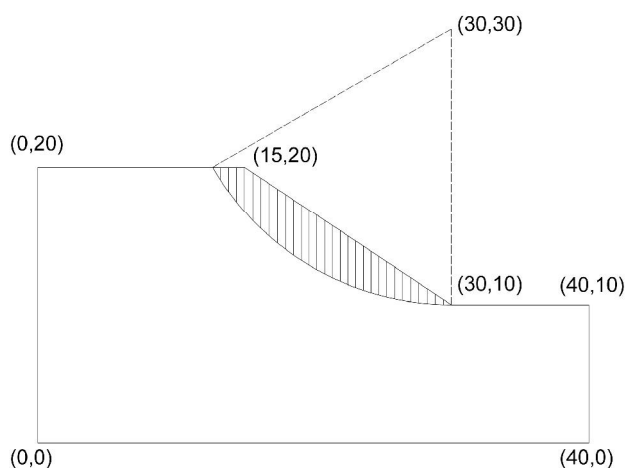


รูปที่ 9 กราฟผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินทรายเป็นดินเหนียวที่มุม $\phi = 30$ องศา

เมื่อวิเคราะห์ลาดชันดินทรายเป็นดินเหนียวที่มีค่า c มากกว่า 0 กิโลปาสคาล พบว่า FS ของลาดชันมีค่าคล้ายกับกลุ่มที่ 1 กล่าวคือผลการวิเคราะห์ด้วยหลักการ Spencer Morganstern-Price และ Bishop เมื่อเปรียบเทียบแล้วมีส่วนต่างกันน้อยกว่าร้อยละ 0.5 รวมถึงผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM นั้นให้ผลลัพธ์ FS มากที่สุด โดยเมื่อ $c = 1$ จะมีค่ามากกว่า 3 หลักการข้างต้นร้อยละ 5.35 มีค่ามากกว่าหลักการ Ordinary อยู่ร้อยละ 8.03 และมากกว่า Janbu ร้อยละ 8.25 โดยเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของ FS เหล่านี้จะลดลงเมื่อค่า c มีค่ามากขึ้น

3.3 กลุ่มดินเหนียวผสมดินทราย

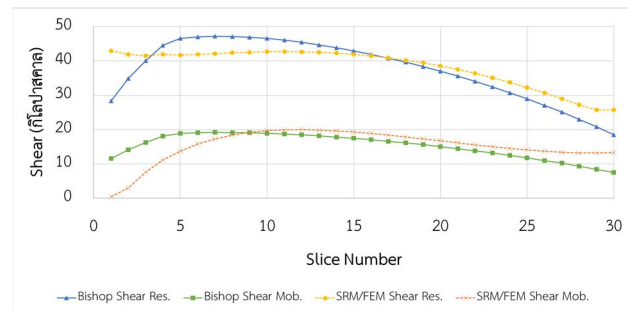
กลุ่มดินเหนียวผสมดินทรายคือกลุ่มที่ใช้สำหรับเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์แต่ละ Slice ของลาดชัน โดยกลุ่มนี้จะเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยวิธี LEM โดยใช้หลักการ Bishop ผ่านโปรแกรม GeoStudio ส่วนการวิเคราะห์ SLOPE/W และสำหรับวิธี SRM ใช้ส่วนการวิเคราะห์ SIGMA/W เพื่อวิเคราะห์แบบ FEM แล้วจึงนำสถานะความเค้นที่ได้ไปวิเคราะห์ด้วยวิธีลดความต้านทานโดยใช้ส่วนการวิเคราะห์ SLOPE/W สาเหตุที่เลือกใช้หลักการ Bishop เป็นตัวแทนของวิธี LEM นั้นเนื่องจากเป็นหลักการที่มีประสิทธิภาพสูงใกล้เคียงกับหลักการ Spencer และ Morgenstern-Price และนิยมใช้กันหลายหน่วยงานในประเทศไทย เนื่องจากสามารถตรวจสอบผลลัพธ์บนกระดานได้ง่ายกว่า ตัวอย่างที่ใช้ในการคำนวณกำหนดค่า c ที่ 30 กิโลปาสคาล และมุม ϕ เท่ากับ 30 องศา ค่า $E = 10,000$ กิโลปาสคาล และค่า Unit Weight = 20 kN/m³ เมื่อพิจารณาจากแนววิบัติสำหรับหลักการ Bishop แล้วพบว่า FS อยู่ที่ 2.395 มีศูนย์กลางแนววิบัติวิกฤติที่พิกัด $x = 28, y = 28.5$ มีรัศมี 18.5 เมตร แต่สำหรับ SRM/FEM นั้นมี FS อยู่ที่ 2.437 มีศูนย์กลางแนววิบัติวิกฤติที่พิกัด $x = 26.5, y = 26$ มีรัศมี = 16.5 เมตร ดังรูปที่ 5 ดังนั้นจึงต้องกำหนดแนวการวิบัติอ้างอิงที่ตำแหน่งเดียวกันเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ โดยกำหนดที่พิกัด $x = 30, y = 30$ และรัศมี = 20 เมตร ในการวิเคราะห์ได้แบ่งเป็น 30 Slice แสดงดังรูปที่ 10



รูปที่ 10 พิกัดและระนาบวิบัติของดินถมที่ใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินเหนียวผสมดินทราย

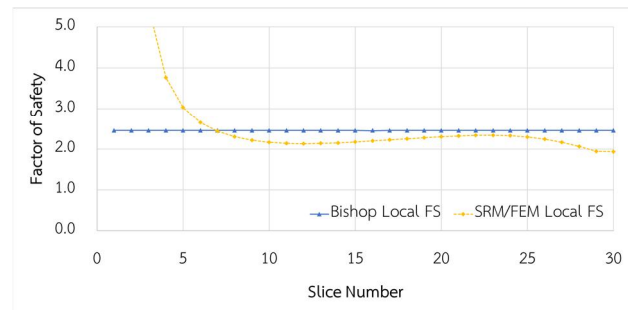
ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันนี้จะวิเคราะห์แบบ Method of Slices หรือการแบ่งชิ้นส่วนที่จะวิเคราะห์เป็น Slice ในแนวดิ่งจำนวน 30 Slice ขนาดความกว้างระหว่าง 0.577 – 0.580 เมตร FS ของลาดชันวิธี LEM หาได้จากการนำค่า Shear Mobilized หรือแรงเฉือนที่ทำให้ลาดชันเคลื่อนตัวจนวิบัตินำมาเปรียบเทียบกับค่า Shear Resistance หรือความสามารถในการต้านทานแรงเฉือนของดิน สามารถเขียนเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 11 สำหรับวิธี LEM หลักการ Bishop จะมี FS เท่ากับ 2.462 และสำหรับวิธี SRM/FEM จะได้ FS เท่ากับ 2.542 ซึ่งค่า FS เหล่านี้มีค่า

มากกว่าค่า FS ที่ได้จากแนววิบัติวิกฤติของแต่ละวิธีเนื่องจากแนววิบัติอ้างอิงที่ถูกกำหนดขึ้นมาใหม่นี้ไม่ตรงกับแนววิบัติวิกฤติเดิมของทั้งสองวิธี



รูปที่ 11 ความสามารถในการรับแรงเฉือนและแรงเฉือนที่เกิดขึ้นของวิธี LEM หลักการ Bishop และวิธี SRM/FEM ในแต่ละ Slice บนระนาบวิบัติอ้างอิง

เมื่อนำค่า Shear Resistance ทหารด้วย Shear Mobilized สามารถเขียนกราฟแสดง FS ของลาดชันในแต่ละ Slice ได้ดังรูปที่ 12



รูปที่ 12 FS ของวิธี LEM หลักการ Bishop และวิธี SRM/FEM ในแต่ละ Slice บนระนาบวิบัติอ้างอิง

ในการวิเคราะห์ลาดชันด้วยวิธี LEM อัตราส่วนระหว่างความสามารถในการรับแรงเฉือนต่อแรงเฉือนที่เกิดขึ้นมีค่าคงที่ตลอดแนวระนาบวิบัติ ดังนั้นค่า FS ในแต่ละ Slice ของหลักการ Bishop มีค่าคงที่เท่ากันทั้งหมดที่ 2.462 ซึ่งเท่ากับค่า FS โดยรวมของลาดชัน อย่างไรก็ตาม ในวิธี SRM/FEM ความสามารถในการรับแรงเฉือนและแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในแต่ละ Slice มีความแตกต่างกันตามการกระจายตัวของความเค้นในแต่ละจุดของลาดชัน ส่งผลให้ค่า FS ของแต่ละ Slice มีค่าแตกต่างกัน และค่า FS โดยรวมของลาดชันที่ได้จากวิธี SRM/FEM คือ 2.542

จากการวิเคราะห์เปรียบเทียบเสถียรภาพของลาดชันในการศึกษาครั้งนี้ไม่สามารถเลือกหลักการที่ดีที่สุดเพียงหลักการเดียวได้ เนื่องจากแต่ละหลักการนั้นมีจุดเด่นที่วิศวกรแต่ละท่านต้องการต่างกันไปตามความเหมาะสม แต่สามารถสรุปจุดเด่นและจุดด้อยของแต่ละหลักการได้ดังนี้

1. หลักการ Ordinary หรือหลักการ Fellenius Method เป็นหลักการที่ได้คิดค้นมาเกือบ 100 ปี โดยใช้หลักกลศาสตร์ของดิน เป็นหลักการที่

วิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยสมการสมดุลโมเมนต์เท่านั้นโดยไม่พิจารณาสมมูลแรงทั้งในแนวราบและในแนวตั้งในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน การใช้งานในปัจจุบันไม่เป็นที่ยอมรับมากนักเนื่องจากมีหลักการใหม่ที่สามารถการวิเคราะห์ลาดชันได้มีประสิทธิภาพดีกว่า ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยหลักการนี้มักจะมีค่า FS ต่ำกว่าหลักการที่ใช้สมการสมดุลทั้ง 3 สมการ วิศวกรส่วนใหญ่จึงไม่นิยมใช้หลักการนี้เนื่องจากต้องเสริมแรงลาดชันมากกว่าหลักการที่ใช้สมการสมดุล 3 สมการเพื่อให้ได้ FS ที่เท่ากัน ในทางกลับกันค่า FS ที่ต่ำกว่านี้ยังส่งผลให้วิศวกรบางท่านเลือกใช้วิธีนี้ในการวิเคราะห์ลาดชันหรือตรวจสอบ FS เพื่อให้มั่นใจในเสถียรภาพของลาดชัน

2. หลักการ Janbu เป็นหลักการที่ได้คิดค้นมากกว่า 60 ปีมาแล้ว เป็นหลักการที่วิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยสมการสมดุลของแรงในแนวราบและแนวตั้งในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันเท่านั้นโดยไม่พิจารณาสมมูลโมเมนต์ ผลลัพธ์ FS ที่ได้จากหลักการนี้มักจะมีค่าต่ำที่สุดเมื่อเทียบกับหลักการอื่นๆ ปัจจุบันไม่เป็นที่ยอมรับในการใช้งานเช่นกันเนื่องจากประสิทธิภาพไม่ดีเท่ากับหลักการที่ใช้หลักการสมดุลทั้ง 3 สมการ

3. หลักการ Bishop เป็นหลักการที่ได้คิดค้นมากกว่า 60 ปีมาแล้ว เป็นหลักการที่วิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยสมการสมดุลของแรงในแนวตั้งและสมการสมดุลโมเมนต์โดยไม่พิจารณาสมมูลในแนวราบในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน แต่ผลลัพธ์ FS ที่ได้จากหลักการนี้มีค่าใกล้เคียงหลักการที่วิเคราะห์ลาดชันโดยใช้สมการสมดุลทั้ง 3 สมการมาก จากการศึกษานี้พบว่าผลลัพธ์ FS ที่ได้นั้นมีค่ามากกว่าหลักการที่ใช้สมการสมดุลทั้ง 3 สมการเพียงไม่กี่ร้อยละ 0.35 ปัจจุบันมีหลายหน่วยงานในประเทศไทยใช้หลักการนี้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชัน เนื่องจากการคำนวณและวิเคราะห์บนกระดาษเพื่อตรวจสอบความถูกต้องนั้นทำได้ง่ายกว่าหลักการที่ใช้สมการสมดุลทั้ง 3 สมการ

4. หลักการ Spencer และหลักการ Morgenstern-Price เป็น 2 หลักการที่ได้คิดค้นมากกว่า 50 ปีมาแล้ว เป็นหลักการที่วิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยใช้สมการสมดุลของแรงในแนวราบ สมการสมดุลของแรงในแนวตั้ง และสมการสมดุลของโมเมนต์อย่างครบถ้วน เมื่อคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่ในปัจจุบันสามารถวิเคราะห์ลาดชันได้รวดเร็วมากขึ้นทำให้การใช้งานของ 2 หลักการนี้เริ่มเป็นที่ยอมรับมากขึ้นส่งผลให้ปัจจุบันมีหลายหน่วยงานเลือกใช้ 2 หลักการนี้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันด้วยวิธี LEM เนื่องจากเป็นหลักการที่มีประสิทธิภาพสูง

5. การวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์โดยวิธีลดความต้านทานเป็นหลักการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยแบ่งลาดชันออกเป็นองค์ประกอบย่อย (Elements) จำนวนมากตั้งแต่หลายพันถึงหลายล้านชิ้นขึ้นอยู่กับขนาดของตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ การตั้งค่าความละเอียดในการคำนวณ และความสามารถในการประมวลผลของคอมพิวเตอร์ จากนั้นจึงวิเคราะห์ความเค้นที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นเหล่านี้มาวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันโดยพิจารณาพฤติกรรมของวัสดุ (Stress-Strain Relationship) และสามารถจำลองการวิบัติที่เกิดขึ้นจริงได้ใกล้เคียงกว่าวิธี LEM ที่มีข้อสมมุติฐานมากกว่า ผลลัพธ์ FS ของลาดชันที่วิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นมักจะมี

ค่ามากกว่าการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM ทำให้ทราบว่าลาดชันเหล่านี้มีเสถียรภาพมากกว่าและสามารถออกแบบลาดชันที่มีความชันมากกว่าการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM เล็กน้อยที่ FS เท่ากัน

ดังนั้น ในการเลือกใช้หลักการต่างๆ ในวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชัน วิศวกรควรพิจารณาถึงวัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์, ความซับซ้อนของปัญหา, ข้อมูลดินที่มี, และข้อจำกัดของแต่ละวิธี เพื่อเลือกวิธีที่เหมาะสมและให้ผลลัพธ์ที่น่าเชื่อถือและเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบและตัดสินใจ

4. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันดินถมที่มีคุณสมบัติแตกต่างกัน โดยเปรียบเทียบผลลัพธ์จากวิธีสมดุลขีดจำกัด (LEM) ด้วยหลักการ Ordinary, Janbu, Bishop, Spencer, Morgenstern-Price และวิธีลดความต้านทานที่ใช้สถานะความเค้นจากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ (SRM/FEM) ของลาดชันโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์และอาศัยการกำหนดคุณสมบัติของดินแบบสมมุติฐานเพื่อนำมาเปรียบเทียบค่าอัตราส่วนความปลอดภัย (FS) ของลาดชัน ผลการศึกษาโดยสรุปมีดังนี้

1. จากการวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชันด้วยวิธีต่างๆ พบว่า โดยรวมแล้วค่า Factor of Safety (FS) ที่ได้จากทุกวิธีวิเคราะห์มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน ในการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ สังเกตได้ว่า หลักการ Spencer, Morgenstern-Price และ Bishop ให้ค่า FS ที่ใกล้เคียงกันอย่างสม่ำเสมอ ในขณะที่หลักการ Janbu มักให้ค่า FS ต่ำที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับวิธี LEM แล้ววิธี SRM/FEM มีแนวโน้มให้ค่า FS สูงที่สุดสำหรับความลาดชันที่เท่ากัน ยกเว้นกรณีที่มีมุมเสียดทานมีค่าเท่ากับ 0 และ 1 องศา ผลการวิเคราะห์นี้สอดคล้องกับงานวิจัยวิเคราะห์ลาดชันดินชุดของ วารุณี กะการดี, สุทธิศักดิ์ ศรีลัมภ์ และ รัฐธรรม อัสโรพร [20] ซึ่งพบว่าเมื่อวิเคราะห์ด้วยวิธี FEM บนความลาดชันเดียวกันจะให้ค่า FS มากกว่าการวิเคราะห์ด้วยวิธี LEM ข้อค้นพบนี้บ่งชี้ว่า หากต้องการออกแบบลาดชันโดยให้ค่า FS ตามเป้าหมายที่กำหนด การวิเคราะห์ด้วยวิธี SRM/FEM อาจเปิดโอกาสให้สามารถออกแบบลาดชันที่มีความชันกว่าเมื่อเทียบกับการใช้วิธี LEM ในการประเมินเสถียรภาพของลาดชันทางทฤษฎี

2. ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่า ลาดชันดินเหนียวปนทรายที่มีมุมเสียดทาน (ϕ) เท่ากับ 0 องศา และลาดชันดินทรายปนดินเหนียวที่มีแรงยึดเหนี่ยว (c) เท่ากับ 0 กิโลปาสกาล มีเสถียรภาพต่ำมากเนื่องจากขาดปัจจัยด้านทานแรงเฉือนที่สำคัญ (แรงเสียดทานภายในอนุภาคดินหรือแรงยึดเหนี่ยว) จึงส่งผลให้ไม่สามารถคงรูปลาดชันได้ โดยทั่วไปลาดชันดินธรรมชาติที่มีเสถียรภาพสามารถคงตัวอยู่ได้จึงมักเป็นดินผสม (Clay-Sand Mixture) ซึ่งมีทั้งแรงยึดเหนี่ยวและแรงเสียดทาน ส่งผลให้ค่า FS โดยรวมสูงกว่า

3. ข้อควรคำนึงในการวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชันทั้งวิธี LEM หรือวิธี SRM สำหรับลาดชันดินที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ควรเผื่อค่า FS ให้สูงกว่าลาดชันดินถม เนื่องจากการจำลองคุณสมบัติของดินในธรรมชาติให้มีความละเอียดและครอบคลุมทุกสภาพความเป็นจริงในการวิเคราะห์เป็นสิ่งที่ยาก ดังนั้นควรใช้ความระมัดระวังในการประเมินคุณสมบัติดินและเลือกใช้ค่า FS ที่เหมาะสมเพื่อให้มั่นใจในเสถียรภาพของลาดชัน

4. ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างวิธี LEM และ SRM/FEM นั้นคือวิธี LEM ให้ค่า FS คงที่เท่ากันในทุก Slice ตลอดแนวระนาบวิบัติ ในขณะที่วิธี SRM/FEM ให้ค่า FS ที่แตกต่างกันในแต่ละ Slice ผันแปรไปตามสถานะความเค้นในแต่ละส่วนของลาดชัน แสดงให้เห็นถึงศักยภาพของวิธี SRM/FEM ในการให้ข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับการกระจายตัวของเสถียรภาพภายในลาดชัน ซึ่งเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์และทำความเข้าใจกลไกการวิบัติที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

5. สำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพลาดชันเบื้องต้น หรือกรณีลาดชันที่ไม่ซับซ้อนมากนัก วิธี LEM ยังคงเป็นทางเลือกที่เหมาะสม ด้วยเหตุผลด้านความเรียบง่าย รวดเร็ว และความน่าเชื่อถือของผลลัพธ์ที่เป็นที่ยอมรับในระดับสากล อย่างไรก็ตามสำหรับโครงการที่ซับซ้อนหรือต้องการความแม่นยำสูง เช่น ดินไม่เป็นเนื้อเดียวกัน, มีแรงกระทำภายนอก, หรือต้องการศึกษาพฤติกรรมการเสียรูป เป็นต้น วิธี SRM ซึ่งอาศัยการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์จะมีความเหมาะสมกว่า เนื่องจากสามารถจำลองพฤติกรรมดินที่ซับซ้อนได้ดีกว่า และสามารถให้ข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับการกระจายตัวของความเค้นและกลไกการวิบัติของลาดชันได้ละเอียดกว่าวิธี LEM

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณท่านที่ให้การสนับสนุน รวมถึงรองศาสตราจารย์ ดร.ภญ. พร้อมพุดผาดกร ซึ่งเป็นที่ปรึกษาหลักที่ได้กรุณาให้การสนับสนุนในด้านต่าง ๆ เป็นอย่างดี ไม่ว่าจะเป็นการกำหนดหัวข้อวิจัย การให้ความรู้คำปรึกษา ให้ข้อเสนอแนะ และแก้ปัญหาในการจัดทำบทความ

เอกสารอ้างอิง

- [1] อวิรุทธิ์ ชินกุลกิจนิวัฒน์ (2561). *รู้ทันภัยพิบัติจากดินถล่ม*. มูลนิธิพลังที่ยั่งยืน
- [2] กรมโยธาธิการและผังเมือง (2562). *มาตรฐานประกอบการปฏิบัติเพื่อความปลอดภัยที่เกี่ยวข้องกับอาคาร การขุดดินและการถมดินในพื้นที่เสี่ยงภัยดินถล่ม (Landslide) และบริเวณลาดเชิงเขา*. สำนักควบคุมและตรวจสอบอาคาร กรมโยธาธิการและผังเมือง กระทรวงมหาดไทย.
- [3] Terzaghi, K., Peck, R. B. and Mesri, G. (1996). *Soil Mechanics in Engineering Practice*. John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Duncan, J. M. and Wright, S. G. (2005). *Soil Strength and Slope Stability*. John Wiley & Sons, Inc.
- [5] Wyllie, D. C. and Mah, C. W. (2005). *Rock Slope Engineering: Civil and Mining*. Spon Press.
- [6] Chowdhury, R., Flentje, P. and Bhattacharya, G. (2010). *Geotechnical Slope Analysis*. CRC Press.
- [7] Abramson, L. W., Lee, T. S., Sharma, S. and Boyce, G. M. (2002). *Slope Stability and Stabilization Methods*. John Wiley & Sons, Inc.

- [8] Hudson, J. A. and Harrison, J. P. (1997). *Engineering Rock Mechanics: An Introduction to the Principles*. Elsevier Science Ltd.
- [9] Harrison, J. P. and Hudson, J. A. (2000). *Engineering Rock Mechanics Part 2: Illustrative Worked Examples*. Elsevier Science Ltd.
- [10] Taylor, D. W. (1948). *Fundamentals of Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc.
- [11] American Association of State Highway and Transportation Officials. (2020). *LRFD bridge design specifications (9th ed.)*. American Association of State Highway and Transportation Officials.
- [12] Huang, Y. H. (2014). *Slope Stability Analysis by the Limit Equilibrium Method: Fundamentals and Methods*. American Society of Civil Engineers.
- [13] Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice Hall.
- [14] Banerjee, P. K. and Butterfield, R. (1981). *Advanced Geotechnical Analyses*. Elsevier Science Ltd.
- [15] Sivakugan, N. and Das, B. M. (2010). *Geotechnical Engineering: A Practical Problem Solving Approach*. J. Ross Publishing, Inc.
- [16] Potts, D. M. and Zdravković, L. (1999). *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Theory and Application*. Thomas Telford Ltd.
- [17] Smith, I. M., Griffiths, D. V. and Margetts L. (2014). *Programming the Finite Element Method*. John Wiley & Sons Ltd.
- [18] ปิยะ รัตนสุวรรณ, และ วรณศิริ พันธุ์ไธ. (2554). การวิเคราะห์เพื่อการออกแบบการเสริมความมั่นคงของคันดินทางรถไฟ. *วิศวกรรมสารฉบับวิจัยและพัฒนา*, ปีที่ 22, ฉบับที่ 3, หน้า 7-14.
- [19] โอจักรพรรดิ สุขชัยสิทธิ์, ศลิษา ไชยพุทธ, วุฒิชัย ขาดพัฒนานันท์, และ ธนาถ คงสมบูรณ์. (2566). การศึกษาพฤติกรรมของกำแพงดินเสริมกำลังภายใต้แรงกระทำเคลื่อนที่บนรางรถไฟด้วยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์อ้างอิงการทดสอบขนาดจริง. *การประชุมวิชาการโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 28*, ภูเก็ต, 24-26 พฤษภาคม 2566, หน้า GTE09-1 – GTE09-7
- [20] วารุณี เกาะคดี, สุทธิศักดิ์ ศรีลัมพ์, และ รัฐธรรม อีสโรฬาร. (2556). การศึกษาความเหมาะสมของการวิเคราะห์เสถียรภาพของลาดชันขุดโดยเปรียบเทียบวิธีสมมูลจำกัด, ไฟไนต์เอลิเมนต์ และสมมูลจำกัดร่วมกับการพิจารณาหน่วยแรงในมวลดิน. *การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 18*, เชียงใหม่, 8-10 พฤษภาคม 2556, หน้า GTE-339 – GTE-346.