

แบบจำลองสภาพวิกฤตสำหรับดินเหนียวอัดตัวคายน้ำปกติ ปรับปรุงโดยเงื่อนไขการวิบัติ SMP และสมการฮาร์ดเทนนิ่ง AJOP Critical State Soil Model for Normally Consolidated Clay revised by SMP Failure Criterion and AJOP Hardening Equation

ธรรมบุญ ขาติวงศ์¹, นพคุณ พลขำนิ² และ นบปณ แก้วทานาม^{3*}

^{1,2,3} ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม จ.มหาสารคาม

*Corresponding author; E-mail address: nopanom.k@msu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองในสภาพวิกฤตสำหรับดินเหนียวอัดตัวคายน้ำปกติที่พัฒนาจากแบบจำลอง Modified Cam Clay (MCC) ให้มีความแม่นยำขึ้นทั้งกำลังต้านทานแรงเฉือนและความเครียดของผลลัพท์โดยนำเงื่อนไขการวิบัติ SMP (Spatial Mobilized Plane) และสมการ AJOP (Arc Joint via Optimum Parameters) ประยุกต์เพิ่มเติมในแบบจำลอง MCC การศึกษาได้เปรียบเทียบผลจากแบบจำลองต่างๆทั้งในกรณี Triaxial Compression และ Extension ในแบบระบายน้ำและไม่ระบายน้ำ ผลการศึกษาพบว่า แบบจำลอง MCC+SMP+AJOP นี้ชี้ให้เห็นว่าแบบจำลอง MCC นั้นให้ค่าแรงดันน้ำที่สูงเกินไปสำหรับกรณีไม่ระบายน้ำเนื่องจากการใช้สมการเส้นตรงในฮาร์ดเทนนิ่งพารามิเตอร์ นอกจากนี้การเพิ่ม SMP ในแบบจำลองใหม่ทำให้เห็นว่าแบบจำลอง MCC ให้ค่ากำลังรับแรงเฉือนที่มากเกินไป แบบจำลองที่นำเสนอใหม่นี้ช่วยเพิ่มศักยภาพในการนำไปวิเคราะห์ปัญหาและงานออกแบบทางวิศวกรรมโยธาในชั้นดินเหนียวได้ดีขึ้น โดยไม่ต้องทำการทดสอบเพิ่มเติมจากแบบจำลอง MCC

คำสำคัญ: แบบจำลองดิน, โมดิฟายด์แคมเคลย์, AJOP, SMP, ดินเหนียวอัดตัวคายน้ำปกติ

Abstract

This study presents an enhanced critical state model for normally consolidated clay, developed by improving the Modified Cam Clay (MCC) model to achieve greater accuracy in predicting both shear strength and strain behavior. The proposed model incorporates the Spatial Mobilized Plane (SMP) failure criterion and the Arc Joint via Optimum Parameters (AJOP) hardening formulation into the original MCC framework. A series of comparative analyses were conducted between various models under both drained and undrained conditions in triaxial compression and extension tests. The results reveal that the standard MCC model tends to overestimate pore pressure under undrained conditions due to the use of a linear hardening law. Furthermore, incorporating the SMP criterion addresses the

model's tendency to overpredict shear strength. The proposed MCC+SMP+AJOP model demonstrates improved predictive capability without requiring additional experimental input beyond what is needed for the original MCC model. This makes it a practical and efficient tool for geotechnical analysis and civil engineering design in clayey soils.

Keywords: Soil Model, Modified Cam Clay, AJOP, SMP, Normally Consolidated Clay

1. ที่มาและความสำคัญ

ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element, FE) ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในงานวิศวกรรม เนื่องจากเป็นวิธีที่มีความแม่นยำสูงสามารถนำมาวิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนสูงทั้งด้านรูปทรงเลขาคณิตของสัณฐานและด้านแรงกระทำให้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามความถูกต้องของผลเฉลยในการวิเคราะห์โดย FE ขึ้นอยู่กับแบบจำลองดินที่ใช้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดินเหนียว Modified Cam Clay (MCC) [1] เป็นหนึ่งในแบบจำลองสำหรับดินเหนียวอัดตัวคายน้ำปกติที่ได้รับความนิยมสูง[2-9] จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่าการประยุกต์แบบจำลอง MCC ไปใช้กับดินชนิดอื่นๆได้ด้วย[10-15] และยังพบว่าในแบบจำลอง MCC รวมถึงแบบจำลองต่างๆ[1-15] ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดจากการทดลอง Oedometer ซึ่งมีการประมาณความสัมพันธ์ $e-\ln(p)$ ในแบบจำลองเป็นเส้นตรงดังแสดงในรูปที่ 1 โดยที่ e และ p คืออัตราส่วนช่องว่างและความเค้นเฉลี่ยตามลำดับ จากการประมาณนี้เป็นหนึ่งในสาเหตุหลักที่ส่งผลต่อความแม่นยำของการวิเคราะห์การเสถียรภาพหรือการทรุดตัวของผลเฉลย จึงมีความจำเป็นต้องปรับปรุงการคำนวณในส่วนนี้ให้แม่นยำมากขึ้น ในการศึกษาของ Matsuoka et al.[7] บ่งชี้ว่าพฤติกรรมด้านกำลังของดินในแบบจำลอง MCC สามารถปรับปรุงให้แม่นยำขึ้นได้จากการใช้กฎเกณฑ์การวิบัติ SMP แทนที่กฎเกณฑ์แบบ Extended Mises โดยใช้เทคนิคความเค้นดัดแปลง จะเห็นได้ว่าหากสามารถพัฒนาแบบจำลอง MCC ให้มีขีดความสามารถมากขึ้นทั้งในด้านกำลังและการเสถียรภาพได้ ทำให้การวิเคราะห์

ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีความถูกต้องและแม่นยำขึ้น เป็นการยกระดับการออกแบบทางวิศวกรรมปฐพี

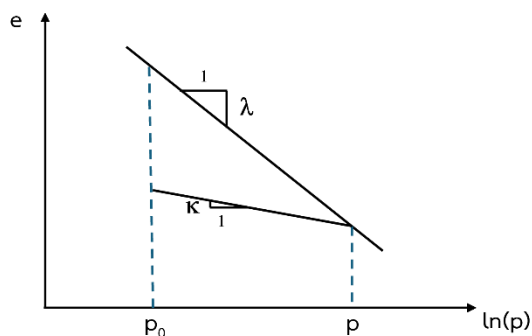
การศึกษานี้เสนอแบบจำลองดินสภาพวิกฤติ MCC ที่ปรับปรุงขอบเขตกำลังให้แม่นยำขึ้นโดยใช้ SMP (Spatial Mobilized Plane) ของ Matsuoka [7] และปรับปรุงความแม่นยำสำหรับการเสีรูปโดยใช้สมการฮาร์ดเดนนิ่งใหม่แบบเส้นโค้ง AJOP (Arc Joint via Optimum Parameters) [11] โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบจาก 4 แบบจำลองได้แก่ 1) MCC 2) MCC ร่วมกับ SMP 3) MCC ร่วมกับ AJOP และ 4) MCC ร่วมกับ SMP และ AJOP เพื่อแสดงให้เห็นประสิทธิภาพของ SMP และ AJOP ต่อแบบจำลอง และให้ตระหนักถึงการใช้อย่างเหมาะสมและสมการฮาร์ดเดนนิ่งให้มีความเหมาะสมในการวิเคราะห์ปัญหาทางวิศวกรรมปฐพี

2. หลักการของแบบจำลองดิน

องค์ประกอบของแบบจำลองดินในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย 3 หลักการ คือ 1.แบบจำลอง Modified Cam Clay ซึ่งเป็นแบบจำลองพื้นฐานที่จะนำมาปรับปรุงให้ดีขึ้น 2.กฎเกณฑ์การวิบัติ SMP Criterion ที่ช่วยปรับปรุงขอบเขตการวิบัติให้ดีขึ้น และสุดท้าย 3.สมการฮาร์ดเดนนิ่ง AJOP ที่สามารถปรับแก้การคำนวณความเครียดของแบบจำลอง Modified Cam Clay ให้สอดคล้องกับผลการทดลองมากขึ้น

2.1 แบบจำลองสภาพวิกฤติ Modified Cam Clay Model

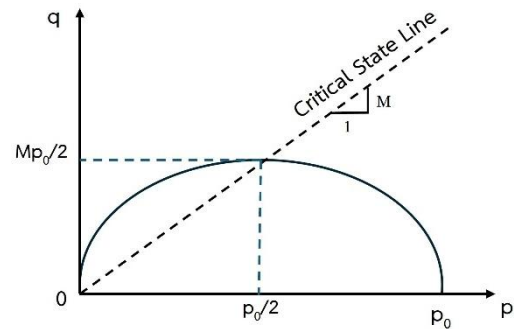
แบบจำลองสภาพวิกฤติ (Critical State Soil Models) เป็นแนวคิดพื้นฐานในกลศาสตร์ของดินที่อธิบายพฤติกรรมของดินภายใต้การรับแรงจนถึงสภาวะที่ไม่เปลี่ยนแปลงปริมาตรหรือความเค้นอีกต่อไป ซึ่งเรียกว่าสภาพวิกฤติ (Critical State) ที่จุดนี้ดินสามารถเสีรูปต่อไปได้โดยไม่มีการเพิ่มหรือลดแรงเฉือน โดยแบบจำลองสภาพวิกฤติ



รูปที่ 1 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $e-\ln(p)$ ที่ใช้ในแบบจำลอง MCC

แบบจำลอง Modified Cam-Clay (MCC) ใช้แนวคิดเกี่ยวกับเส้นสภาพวิกฤติ (Critical State Line, CSL) เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นประสิทธิผล (p') กับความเค้นเฉือน (q) และโครงสร้างของดินผ่านพารามิเตอร์ MCC เป็นแบบจำลองสภาพวิกฤติที่พัฒนาต่อจาก Cam Clay ดั้งเดิม เพื่อปรับปรุงการคำนวณพฤติกรรมของดินเหนียวอิมิตัวภายใต้

แรงกดและแรงเฉือน โดย MCC ใช้ Yield Surface รูปวงรีแทนที่รูปแบบเดิมของ Cam Clay ดั้งเดิมเพื่อลดปัญหาความไม่สมจริงในการทำนายพฤติกรรมของดินเหนียวอิมิตัวภายใต้การอัดตัวแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 Yield function ของแบบจำลอง Modified Cam-Clay

$$f = g = \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) + \ln\left(1 + \frac{\eta^2}{M^2}\right) = 0 \quad (1)$$

โดยที่ f คือ Yield Function และ g คือ Plastic Potential Function $\eta=q/p$ คืออัตราส่วนของความเค้น และค่าและ M คือความชันของเส้น CSL โดยที่สภาพวิกฤติดินเหนียวจะได้ $M=\eta$ ที่ CSL สำหรับ p และ q สามารถหาได้ดังสมการที่ 2 และ 3

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}\sigma_{ij} \quad (2)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij})} \quad (3)$$

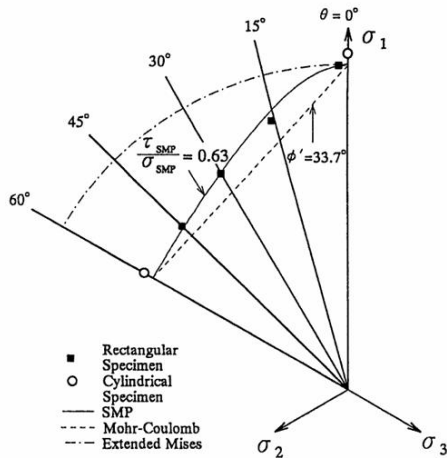
และยังมีการใช้ผลการทดสอบการอัดตัวคายน้ำในการหาคาพารามิเตอร์สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดดังแสดงในรูปที่ 2 โดยเส้นที่มีความชัน λ แสดงถึงการรวมตัวของดินเมื่อมีการเพิ่มความเค้น (Loading Curve) เส้นที่มีความชัน κ แสดงถึงการคลายตัวของดินเมื่อมีการลดความเค้น (Unloading/Reloading Curve) ค่าความเค้นก่อนรวมตัวใหม่ เป็นจุดที่เปลี่ยนจากพฤติกรรมอิลาสติกไปสู่พฤติกรรมพลาสติกถาวร โดยใช้ในสมการ ฮาร์ดเดนนิ่งในสมการที่ 4

$$H = \int dH = \int d\ln(p_0) = \int \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_p \quad (4)$$

2.2 กฎเกณฑ์การวิบัติแบบ SMP (Spatial Mobilized Plane)

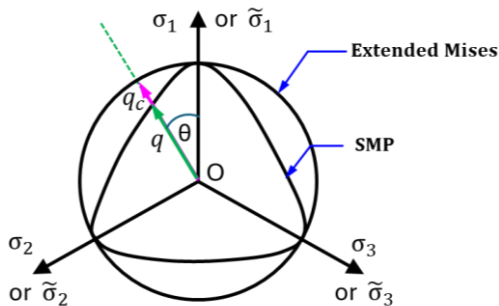
SMP เป็นเกณฑ์การวิบัติของดินที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ไขข้อจำกัดของเกณฑ์ Mohr-Coulomb และ Extended Mises โดยใช้แนวคิดเกี่ยวกับ

ระนาบ (Mobilized Plane) ซึ่งพิจารณาการกระจายของแรงเฉือนในสามมิติมากกว่าการพิจารณาเฉพาะระนาบเฉือนวิกฤติ



รูปที่ 3 การเปรียบเทียบ Extended Mises, Mohr-Coulomb, SMP (ข้อมูลจาก[7])

จากรูปที่ 3 จะว่าเกณฑ์การวิบัติ Extended Mises หรือขอบเขตบนนั้นจะให้ค่าที่มากกว่าผลจากการทดลอง ส่วนเกณฑ์การวิบัติ Mohr-Coulomb หรือขอบเขตล่างนั้นจะให้ค่าที่ต่ำกว่าผลจากการทดลอง แต่ เกณฑ์การวิบัติแบบ SMP นั้นจะให้ค่าที่ตรงกับผลการทดลองมากกว่าทั้ง 2 แบบข้างต้น โดย SMP เป็นความสัมพันธ์ของความเค้นบนระนาบ π โดยคำนวณจากค่า stress invariants (I_1, I_2, I_3) และค่ามุม Lode (θ) โดย Matsoka et al. [7] รายงานว่าค่าความเค้น q ของ Extended Mises ที่ใช้ในแบบจำลอง MCC ให้ค่ามากกว่าความเป็นจริง แต่ค่า q สอดคล้องกับ SMP มากกว่า ดังแสดงในรูปที่ 3 ดังนั้น Matsoka et al. จึงพัฒนาแนวทางที่ใช้ความเค้นดัดแปลง (Transformed Stress) $\tilde{\sigma}_{ij}$ แทนการใช้ความเค้นจริง σ_{ij} ในรูปที่ 4 ในวิธีการคำนวณของแบบจำลอง MCC ด้วยแนวทางนี้ทำให้สามารถคำนวณกำลังรับแรงเฉือนของดินเหนียวได้แม่นยำขึ้น ทั้งในการทดลองแรงอัดสามแกนและระบบความเค้น 3 มิติ โดยสามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 6 และ 7



รูปที่ 4 เปรียบเทียบขอบเขตการวิบัติของ Extended Mises และ SMP บนระนาบ π

$$q_c = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1} \quad (6)$$

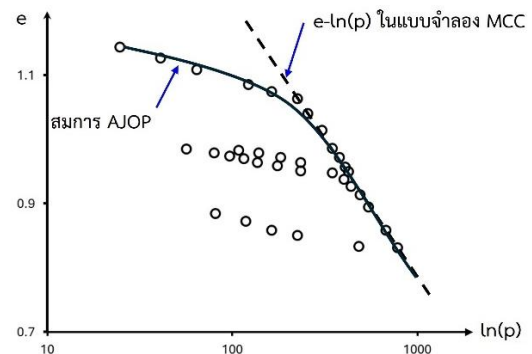
$$\tilde{\sigma}_{ij} = p\delta_{ij} + \frac{q_c}{q}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) \quad (7)$$

โดยที่ δ_{ij} คือ Kronecker Delta

2.3 สมการฮาร์ดเค้นนิ่ง AJOP (Arc Joint via Optimum Parameters)

Kaewhanam and Chaimoon (2023) เสนอสมการ AJOP ครั้งแรก [12] ซึ่งเป็นสมการที่ลดความคลาดเคลื่อนในการประมาณความสัมพันธ์ $e-\ln(p)$ ที่ได้จากการทดลอง Oedometer โดยแต่เดิมในแบบจำลอง MCC ใช้การประมาณ $e-\ln(p)$ เป็นเส้นตรงเป็นเหตุให้เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองเกี่ยวกับความเครียดที่ได้ สมการ AJOP สามารถจำลองเส้นผลการทดลองได้ทั้งส่วนที่เป็นเส้นโค้งในช่วงความเค้นต่ำ ๆ รวมถึงส่วนที่เป็นเส้นตรงในช่วงความเค้นสูงๆได้เป็นอย่างดีในสมการเดียวกัน รูปที่ 5 เปรียบเทียบสมการ $e-\ln(p)$ ที่ใช้ในแบบจำลอง MCC และที่ได้จากสมการ AJOP

สมการ AJOP นี้ยังคงมีส่วนของเส้นตรงเหมือนกับแบบจำลอง MCC และแบบจำลองอื่นที่ปรับปรุงมาจากแบบจำลอง MCC นอกจากนี้ สมการ AJOP ยังคงมีส่วนของเส้นโค้งซึ่งช่วยเพิ่มความแม่นยำให้กับแบบจำลองได้สำหรับกรณีที่มีความเค้นเริ่มต้นต่ำๆและไม่ได้เรียงตัวอยู่บน $e-\ln(p)$ ช่วงที่เป็นเส้นตรง การประยุกต์ใช้ AJOP จึงช่วยพัฒนาความแม่นยำของแบบจำลองได้ครอบคลุมทุกช่วงค่าความเค้นเริ่มต้นได้อย่างดี



รูปที่ 5 เปรียบเทียบสมการ $e-\ln(p)$ แบบเส้นตรงและ AJOP

สมการ AJOP แสดงในสมการที่ 6 โดยใช้พารามิเตอร์เพียง 4 ตัว ได้แก่ Γ , α , θ และ p_{ref} เพื่อทำให้ได้สมการที่แนบไปกับผลการทดลองจาก Oedometer สามารถหาพารามิเตอร์ทั้ง 4 ตัวได้ด้วยวิธี Least-Squares Curve Fitting ตามแนวทางของ Harris, D. C. (1998) [16] ซึ่ง Γ คือ ขอบเขตบนปรากฏของอัตราส่วนช่องว่าง e ทั้งนี้ e ที่ได้จากสมการที่ 6 จะมีค่าไม่เกินค่า Γ ส่วน α ควบคุมความชันของกราฟส่วนที่เป็นเส้นตรง โดยมีค่าประมาณ $\lambda/2$ ในแบบจำลอง MCC สำหรับ θ แปรผันกับความดันโค้งของกราฟช่วงที่เป็นเส้นโค้ง และ p_{ref} มีค่าโดยประมาณเท่ากับความดัน

บรรยากาศ 101 kPa หรือสามารถปรับ p_{ref} เป็นค่าความดันอ้างอิงอื่นได้ ซึ่งค่า p_{ref} ที่เลือกใช้จะส่งผลต่อการเปลี่ยนตำแหน่งในแนวนอนของกราฟ $e-\ln(p)$ ทั้งนี้วิศวกรสามารถเลือกค่า p_{ref} ตามความเหมาะสมได้

$$e = \Gamma - \alpha \ln\left(\frac{p}{p_{ref}}\right) - \sqrt{\theta + \left(\alpha \ln\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)\right)^2} \quad (8)$$

ควรตระหนักว่า แม้จะเพิ่มจำนวนพารามิเตอร์เพื่อผลการวิเคราะห์ที่ดีขึ้น แต่วิธีนี้ใช้เพียงผล Oedometer เดิมโดยไม่ต้องมีการทดลองอื่นเพิ่มเติม สำหรับการใช้งานสมการ AJOP เป็นการแทนที่ค่าความชัน λ ในแบบจำลอง MCC (สมการที่ 4) ด้วยค่าความชันระหว่างสองจุดใดๆ $\bar{\lambda}_s$ บนเส้น AJOP ดังแสดงในสมการที่ 9 ทั้งนี้ p_1 และ p_2 คือ ความดันเฉลี่ยโดยที่ $p_2 > p_1$

$$\bar{\lambda}_s = \frac{-\Delta e}{\Delta \ln(p)} = \alpha + \frac{\sqrt{\theta + \left(\alpha \ln\left(\frac{p_1}{p_{ref}}\right)\right)^2} - \sqrt{\theta + \left(\alpha \ln\left(\frac{p_2}{p_{ref}}\right)\right)^2}}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} \quad (9)$$

ดังนั้นสมการฮาร์ดเทนนิ่งที่ปรับปรุงแล้วสามารถแสดงในสมการที่ 10

$$H = \int dH = \int d\ln(p_0) = \int \frac{1+e_0}{\bar{\lambda}_s - \kappa} d\varepsilon_p^v \quad (10)$$

3. สมการคณิตศาสตร์สำหรับแบบจำลองดินเหนียว

ในการคำนวณความเครียดที่เกิดขึ้นจากการเพิ่มความดันเข้าไป จะแบ่งความเค้นออกเป็นช่วงสั้นๆ โดยที่ในแต่ละช่วงใช้หลักการหลักการซ้อนทับ (Superposition) สำหรับความเครียดแบบอีลาสติก ε_{ij}^e และพลาสติก ε_{ij}^p ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (11)$$

ความเครียดแบบอีลาสติกสามารถหาได้โดยประยุกต์ใช้กฎของฮุก (Hook's law) ซึ่งแสดงในสมการที่ 12

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} d\sigma_{mm} \delta_{ij} \quad (12)$$

โดยที่ ν คือ อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio) และ E คือ โมดูลัสของยัง (Young's modulus) หาได้จาก

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e_0)}{\kappa} \bar{p} \quad (13)$$

สำหรับของความเครียดแบบพลาสติก ใช้กฎการไหล (flow rule) ดังนี้

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \quad (14)$$

เมื่อ Λ คือค่าคงที่ของสัดส่วน (Proportionality Constant) และ ทิศทางของความเครียดแบบพลาสติก $\partial g / \partial \tilde{\sigma}_{ij}$ สามารถหาได้จาก

$$\Lambda = d\tilde{p} + \frac{2\tilde{p}\tilde{q}}{M^2\tilde{p}^2 - \tilde{q}^2} d\tilde{q} \quad (15)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} = \frac{\bar{\lambda}_s - \kappa}{(1+e_0)(M^2\tilde{p}^2 + \tilde{q}^2)} \left[\frac{1}{3} \frac{M^2\tilde{p}^2 - \tilde{q}^2}{\tilde{p}} \delta_{ij} + 3(\tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{p}\delta_{ij}) \right] \quad (16)$$

โดยที่

$$M = \frac{6\sin(\phi)}{3 - \sin(\phi)} \quad (17)$$

และ ϕ คือมุมเสียดทานภายใน แต่ในกรณีที่มีการใช้ขอบเขตการวิบัติโดย SMP นั้นค่าพารามิเตอร์ M จะมีความแตกต่างจากแบบจำลอง MCC โดยที่ $M_c=M$ คือ Slope ของ Critical State Line (CSL) สำหรับ compression plane และ M_e คือ Slope ของ CSL สำหรับ extension plane สามารถหาได้ดังสมการที่ 18

$$M_e = \frac{6\sin(\phi)}{3 + \sin(\phi)} \quad (18)$$

สำหรับทำนายความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียดในการวิเคราะห์แบบไม่ระบายน้ำนั้น หาได้จากการแทนสมการที่ 20 และ 21 ลงในสมการที่ 19 จะได้ดังสมการที่ 22

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p = 0 \quad (19)$$

$$d\varepsilon_v^e = \frac{k}{1+e_0} \cdot \frac{dp}{p} \quad (20)$$

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\bar{\lambda} - \kappa}{1+e_0} \cdot \frac{1}{M^2p^2 + q^2} \left\{ \frac{M^2p^2 - q^2}{p} dp + 2q dq \right\} \quad (21)$$

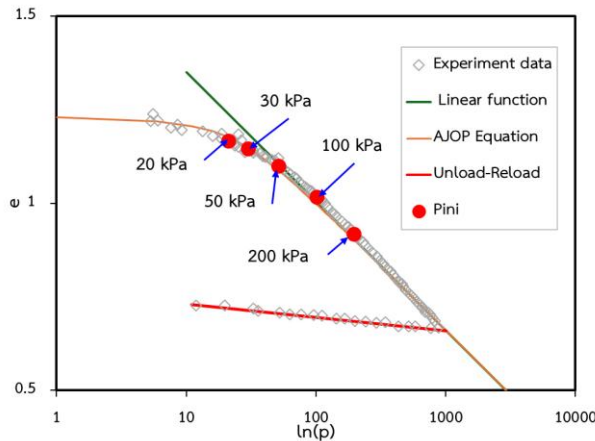
$$\frac{\kappa}{1+e_0} \cdot \frac{dp}{p} + \frac{\bar{\lambda} - \kappa}{1+e_0} \cdot \frac{1}{M^2p^2 + q^2} \left\{ \frac{M^2p^2 - q^2}{p} dp + 2q dq \right\} = 0 \quad (22)$$

โดยที่ $dp = d\sigma_m - du$ และ σ_m คงที่ จะได้

$$du = \frac{2(\bar{\lambda} - k)\eta dq}{\bar{\lambda}(M^2 - \eta^2) + 2\kappa\eta^2} \quad (23)$$

4. ผลการวิเคราะห์

เมื่อปรับปรุงแบบจำลอง MCC ด้วย SMP และ AJOP แล้วในส่วนนี้ นำเสนอผลการวิเคราะห์โดยเปรียบเทียบผลจาก 4 แบบจำลอง ได้แก่ แบบจำลอง MCC แบบจำลอง MCC+SMP แบบจำลอง MCC+AJOP และแบบจำลอง MCC+SMP+AJOP โดยผลการวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ Triaxial Compression และ Triaxial Extension นอกจากนี้ ในการวิเคราะห์ มีทั้งแบบระบายน้ำ (Drained Condition) และแบบไม่ระบายน้ำ (Undrained Condition) โดยในการวิเคราะห์ ใช้ผลการทดลองอัดตัวคายน้ำจากรูปที่ 6 ซึ่งเป็นกราฟระหว่าง $e - \ln(p)$ เพื่อนำมาหาค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการในการวิเคราะห์โดยแบบจำลอง MCC แบบจำลอง MCC+SMP แบบจำลอง MCC+AJOP และแบบจำลอง MCC+SMP+AJOP ได้ดังตารางที่ 1



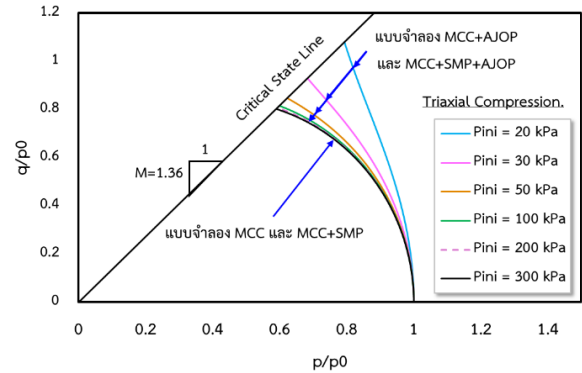
รูปที่ 6 ค่าความเค้นเฉลี่ยเริ่มต้น (Pini)(ข้อมูลจาก[16])

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองโดยที่ $e_0=1.12$, $M_c=1.36$, $M_e=0.94$

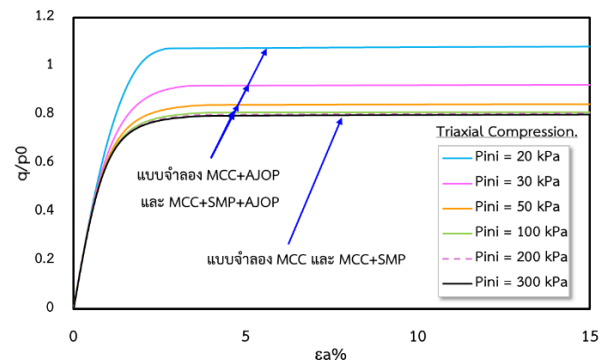
พารามิเตอร์	λ	κ	ϕ	ν	Γ	α	θ	P_{ref}
แบบจำลอง			(deg.)					(kPa)
MCC	0.149	0.036	33.7	0.3	-	-	-	-
MCC+SMP	0.149	0.036	33.7	0.3	-	-	-	-
MCC+AJOP	-	0.036	33.7	0.3	1.24	0.076	0.005	23.5
MCC+SMP+AJOP	-	0.036	33.7	0.3	1.24	0.076	0.005	23.5

สำหรับผลการวิเคราะห์ Triaxial Compression แบบไม่ระบายน้ำ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง p/p_0 - q/p_0 และ Axial Strain (ϵ_a) - q/p_0 ในรูปที่ 7 และ 8 ตามลำดับ เพื่อให้เห็นผลที่แตกต่างอย่างชัดเจนในแบบจำลองใหม่นี้ได้ทำการวิเคราะห์ด้วยค่าความเค้นเฉลี่ยเริ่มต้น (Pini) เท่ากับ 20 30 50 100 200 และ 300 kPa ดังแสดงในรูปที่ 6 โดยจะเห็นว่าที่ค่า Pini เท่ากับ 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa ถือว่าใกล้เคียงหรืออยู่บนเส้น Virgin Consolidation Line (หรือ Isotropic Normal Consolidation Line) ซึ่งจะทำการเปรียบเทียบระหว่าง MCC, MCC+SMP และ MCC+AJOP, MCC+SMP+AJOP ต่างกันน้อยเนื่องจากค่าความชันมีค่าใกล้เคียงกัน จากผลการวิเคราะห์ในรูปที่ 7 และ 8 พบว่าแบบจำลอง MCC และ MCC+SMP ให้เส้นโค้ง p/p_0 - q/p_0 เดียวกันสำหรับทุกค่าความเค้นเริ่มต้น ส่วนแบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP ให้ q/p_0 เพิ่มขึ้นเมื่อค่า Pini ลดลง ทั้งนี้เป็นผลเนื่องจากแรงดันโพรงที่ได้จากแบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP มีค่าน้อยกว่าแบบจำลอง MCC และ MCC+SMP ซึ่งแรงดันโพรงที่ลดลงนี้เป็นผลสอดคล้องมาจากการใช้ Hardening rule ที่เปลี่ยนไป โดยแบบจำลองกลุ่มที่ใช้เส้นโค้ง AJOP ใน Hardening rule นี้ลดค่าความชันของกราฟ e - $\ln(p)$ ลงเป็น $\bar{\lambda}$ (สมการ 9 และ 10) ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่า λ แบบคงที่ (สมการที่ 4) ที่ใช้ในแบบจำลอง MCC และแบบจำลอง MCC+SMP ทำให้ได้ค่า q/p_0 ที่ตรงตามจริงมากกว่าการประมาณโดยเส้นตรงสำหรับค่าความเค้นเริ่มต้น Pini มีค่าน้อยได้นอกจากนี้กราฟ ϵ_a - q/p_0 ในรูปที่ 8 ก็ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกัน

นอกจากนี้ ถึงแม้ว่าแบบจำลอง MCC+SMP นั้นจะให้ขอบเขตการวิบัติที่แตกต่างจากแบบจำลอง MCC สำหรับความเค้นในสามมิติ อย่างไรก็ตามในกรณี Triaxial Compression ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) ขอบเขตการวิบัติของ Extended Mises และ SMP ในรูปที่ 4 มีค่าเท่ากัน ด้วยเหตุผลนี้ร่วมกับการใช้ $\bar{\lambda}$ แบบคงที่เหมือนกัน ทำให้แบบจำลอง MCC และ MCC+SMP ได้ค่า q/p_0 เท่ากันทุกค่าความเค้นเริ่มต้น

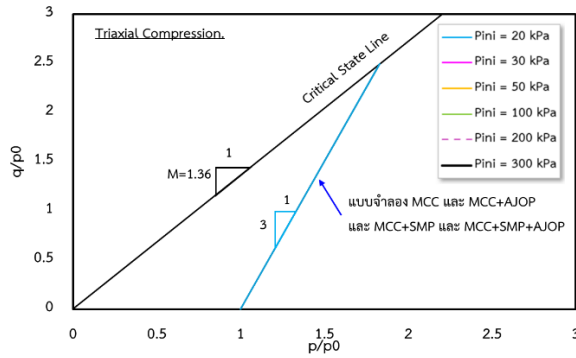


รูปที่ 7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ p/p_0 - q/p_0 กรณี Undrained Triaxial Compression.

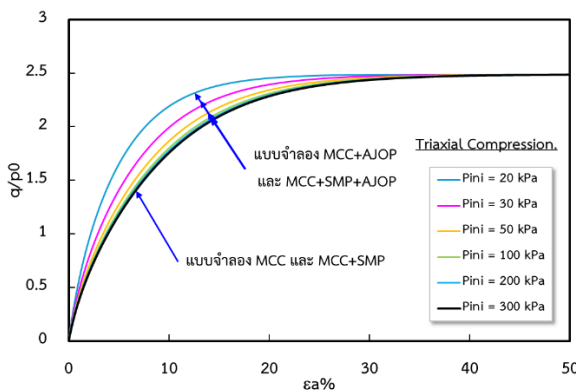


รูปที่ 8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ Axial Strain (ϵ_a) - q/p_0 กรณี Undrained Triaxial Compression.

ผลการวิเคราะห์ Triaxial Compression แบบระบายน้ำเป็นที่ทราบกันดีว่ากราฟ p/p_0 - q/p_0 เป็นเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ 3 ต่อ 1 ดังแสดงในรูปที่ 9 ทุกแบบจำลอง อย่างไรก็ตามในกราฟ ϵ_a - q/p_0 ในรูปที่ 10 พบว่ากราฟมีความแตกต่างในแบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP โดยเมื่อ Pini มีค่าน้อยดินเหนียวจะมีการเปลี่ยนแปลงความเครียดน้อยกว่าในกรณีที่ Pini สูงกว่า แต่ทุกเส้นกราฟยังคงวิบัติด้วยค่า q/p_0 เดียวกัน ได้ ϵ_a น้อยกว่าแบบจำลอง MCC และ MCC+SMP ในกรณีที่ Pini มีค่าน้อย เนื่องจากการใช้ Hardening rule ใหม่ ทำให้แบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP สามารถให้ ϵ_a ที่น้อยกว่าในกรณีที่ Pini มีค่าน้อยได้

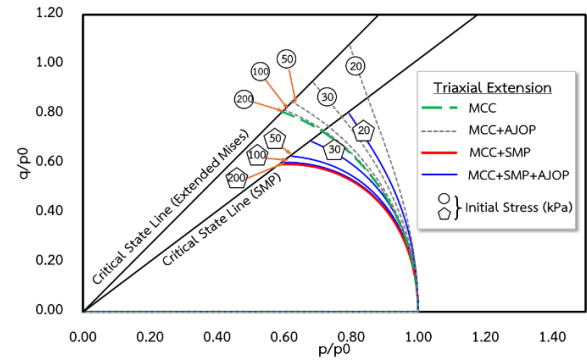


รูปที่ 9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ p/p_0 - q/p_0 กรณี Drained Triaxial Compression.

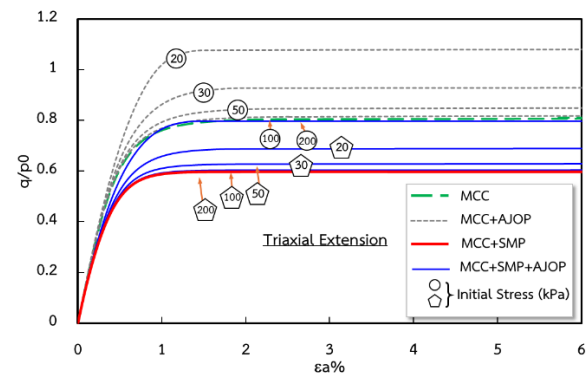


รูปที่ 10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ Axial Strain (ϵ_a) - q/p_0 กรณี Drained Triaxial Compression.

ผลการวิเคราะห์ Triaxial Extension แบบไม่ระบายน้ำพบว่าแบบจำลอง MCC ได้ q/p_0 มากกว่าแบบจำลอง MCC+SMP ในกราฟระหว่าง p/p_0 - q/p_0 และได้เส้น Critical State Line ที่เปลี่ยนไป (รูปที่ 11) เนื่องจากการวิเคราะห์แบบ Extension นั้น $\sigma_1 = \sigma_2$ ทำให้ขอบเขตการวิบัติของ Extended Mises และ SMP มีพฤติกรรมต่างกัน โดยเฉพาะเมื่อพิจารณาค่า Lode (θ) มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ซึ่งในกรณี Triaxial Extension นั้น Lode (θ) จะเท่ากับ 60 ส่วนกราฟ p/p_0 - q/p_0 แบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP มีลักษณะเช่นเดียวกับการทดสอบ Triaxial Compression แบบระบายน้ำ คือได้ q/p_0 มากกว่า MCC และ MCC+SMP ที่ Pini น้อยและให้ q/p_0 เท่ากันเมื่อ Pini มีค่ามาก ดังแสดงในรูปที่ 11 และ 12

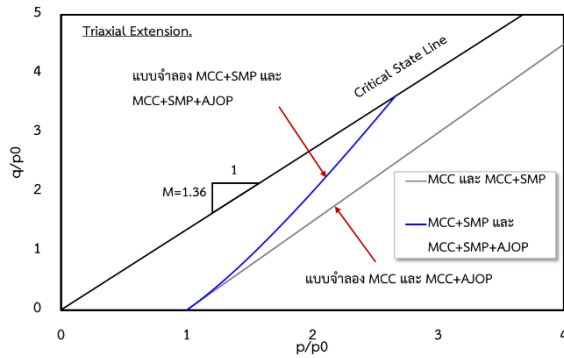


รูปที่ 11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ p/p_0 - q/p_0 กรณี Undrained Triaxial Extension.

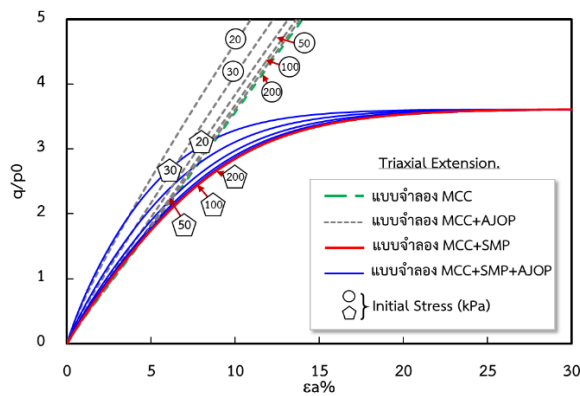


รูปที่ 12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ Axial Strain (ϵ_a) - q/p_0 กรณี Undrained Triaxial Extension.

และสุดท้ายกรณี Triaxial Extension แบบระบายน้ำ ในกราฟระหว่าง p/p_0 - q/p_0 แบบจำลอง MCC+SMP และ MCC+SMP+AJOP มีคุณลักษณะเหมือนกับ Triaxial Compression แบบระบายน้ำ ส่วนแบบจำลอง MCC และ MCC+AJOP ได้เส้นที่มีลักษณะเป็นเส้นขนานกับ Critical State Line แสดงในรูปที่ 13 ส่วนกราฟระหว่าง q/p_0 - ϵ_a พบว่าแบบจำลอง MCC และ แบบจำลอง MCC+AJOP ได้ q/p_0 มากกว่าแบบจำลอง MCC+SMP และ MCC+SMP+AJOP อีกทั้งแบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP นั้นได้ q/p_0 ที่เปลี่ยนไปที่ Pini น้อยๆ และได้ q/p_0 เท่ากับ MCC และ MCC+SMP เมื่อ Pini เพิ่มมากขึ้น (รูปที่ 14) แสดงให้เห็นว่าแบบจำลอง MCC+AJOP และ MCC+SMP+AJOP สามารถให้ค่าที่เปลี่ยนแปลงตาม Pini ได้ ทั้งยังสามารถให้ค่าเท่ากับแบบจำลอง MCC และ MCC+SMP ที่ Pini มีค่ามากได้อีกด้วย



รูปที่ 13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ p/p_0 - q/p_0 กรณี Drained Triaxial Extension.

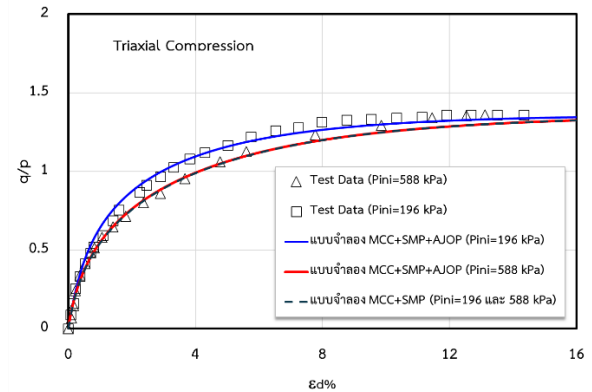


รูปที่ 14 กราฟแสดงความสัมพันธ์ Axial Strain (ϵ_a) - q/p_0 กรณี Drained Triaxial Extension.

ตารางที่ 2 พารามิเตอร์สำหรับแบบจำลองโดยที่ $e_0=0.83$, $M_c=1.36$, $M_e=0.94$

พารามิเตอร์	λ	κ	Φ	ν	Γ	α	θ	P_{ref}
แบบจำลอง			(deg.)					(kPa)
MCC+SMP	0.093	0.021	33.7	0.2	-	-	-	-
MCC+AJOP	-	0.021	33.7	0.2	0.82	0.049	0.001	205
MCC+SMP+AJOP	-	0.021	33.7	0.2	0.82	0.049	0.001	205

ในส่วนของรูปที่ 15 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลอง MCC+SMP และ MCC+SMP+AJOP ในกรณี Triaxial Compression แบบบรรยายน้ำเปรียบเทียบกับผลการทดลองจาก Nakai and Hinokio [17] ซึ่งเป็นผลการทดลองที่ค่า Pini มีค่าเท่ากับ 196 และ 588 จากกราฟจะเห็นได้ว่าแบบจำลอง MCC+SMP+AJOP นั้นช่วยเพิ่มความแม่นยำในการคำนวณโดยเฉพาะในกรณีที่มี Pini ต่ำ ได้ดีกว่าแบบจำลอง MCC+SMP ที่ได้กราฟเป็นเส้นเดียวกับทุกค่าความเค้นเริ่มต้น



รูปที่ 15 กราฟเปรียบเทียบแบบจำลองต่างๆกับผลการทดลองที่ Pini เท่ากับ 196 และ 588 kPa (ข้อมูลจาก [17])

5. สรุปผล

การศึกษานี้เสนอแบบจำลองดิน critical state soil model โดยพัฒนาปรับปรุงแบบจำลองดิน Modified Cam Clay ในแบบจำลองนี้ปรับปรุงเพิ่มเติม 2 เรื่องได้แก่ 1) เส้นขอบเขตการวบัติ (Failure Criterion) โดยปรับเปลี่ยนจากเดิมที่ MCC ใช้ Extended Mises เป็น SMP ซึ่งสามารถจำลองกำลังรับแรงเฉือนของดินเหนียวได้อย่างเหมาะสมยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเส้นทางความเค้นที่แตกต่างจากการทดสอบ Triaxial Compression (มุม Lode > 0) และ 2) ปรับปรุง Hardening Rule ใหม่โดยใช้ สมการเส้นโค้ง AJOP ซึ่งทำให้เส้นตรง $e-\ln(p)$ สอดคล้องกับผลการทดลองกับการทดลองในห้องปฏิบัติการมากขึ้น โดย AJOP ปรับปรุงขีดความสามารถในการคำนวณความเครียดให้แม่นยำขึ้น โดยเฉพาะกรณีที่มี Pini ไม่ได้อยู่บนส่วนที่เป็นเส้นตรงของ Virgin Consolidation Line (สอดคล้องกับดินเหนียวที่อยู่ไม่ลึกมากจากผิวดิน) ซึ่งจะช่วยเพิ่มความแม่นยำในการคำนวณโดยเฉพาะในกรณีที่มี Pini ต่ำ โดยนอกจากจะเพิ่มความแม่นยำในการคำนวณแล้ว AJOP ไม่ต้องการผลการทดลองอื่น ใช้แค่เพียงผลการทดลองเดิมจากการทดลองอัดตัวคายน้ำเท่านั้น

ผลการศึกษาเบื้องต้นให้เห็นว่าการพัฒนาขอบเขตการวบัติด้วย SMP และการนำ AJOP ส่งผลให้แบบจำลองสามารถจำลองพฤติกรรมของดินเหนียวได้อย่างแม่นยำครอบคลุมมากยิ่งขึ้น ทั้งในแง่ของเส้นทางความเค้นที่หลากหลายและการวิเคราะห์พฤติกรรมดินในช่วงความเค้นเริ่มต้นแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นนั้นมีจุดประสงค์เพื่อเป็นแนวทางใหม่ในการปรับปรุงแบบจำลองสภาพวิกฤติสำหรับดินเหนียวอัดตัวคายน้ำปกติ เพื่อให้เป็นประโยชน์และแนวทางในการพัฒนาแบบจำลองและการประเมินเสถียรภาพและการออกแบบโครงสร้างทางวิศวกรรมธรณีเทคนิคโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

ผู้แต่งขอขอบคุณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม เป็นอย่างสูงที่ให้ความเอื้อเฟื้อสถานที่ในการทำงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Roscoe, K., & Burland, J. B. (1968). *On the generalized stress- strain behaviour of wet clay*.
- [2] Wood, D. M. (1990). *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge university press.
- [3] Li, X. S., & Dafalias, Y. F. (2000). Dilatancy for cohesionless soils. *Géotechnique*, 50(4), 449-460.
- [4] Lade, P. V. (1977). Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *International journal of solids and structures*, 13(11), 1019-1035.
- [5] Alonso, E. E., Vaunat, J., & Gens, A. (1999). Modelling the mechanical behaviour of expansive clays. *Engineering geology*, 54(1-2), 173-183.
- [6] Pastor, M., Zienkiewicz, O. C., & Chan, A. (1990). Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 14(3), 151-190.
- [7] Matsuoka, H., Yao, Y., & SUN, D. (1999). The Cam-clay models revised by the SMP criterion. *Soils and foundations*, 39(1), 81-95.
- [8] Yao, Y. P., Hou, W., & Zhou, A. N. (2009). UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays. *Géotechnique*, 59(5), 451-469.
- [9] Yao, Y. P., Sun, D. A., & Luo, T. (2004). A critical state model for sands dependent on stress and density. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(4), 323-337.
- [10] Yao, Y. P., Sun, D. A., & Matsuoka, H. (2008). A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path. *Computers and Geotechnics*, 35(2), 210-222.
- [11] Kaewhanam, N., & Chaimoon, K. (2023). A Simplified Silty Sand Model. *Applied Sciences*, 13(14), 8241.
- [12] Miura, N., Murata, H., & Yasufuku, N. (1984). Stress-strain characteristics of sand in a particle-crushing region. *Soils and foundations*, 24(1), 77-89.
- [13] Wong, T. T., Morgenstern, N. R., & Sego, D. C. (1990). A constitutive model for broken ice. *Cold Regions Science and Technology*, 17(3), 241-252.
- [14] Li, X. S., & Wang, Y. (1998). Linear representation of steady-state line for sand. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 124(12), 1215-1217.
- [15] Kurimoto, Y. (2016) Experimental Research on Formation Mechanism of Décollement and Its Corresponding Numerical Tests with Multi-Phase Soil Mechanics Based THM Analysis (Doctoral dissertation, Nagoya Institute of Technology).
- [16] Harris, D. C. (1998) Nonlinear least-squares curve fitting with Microsoft Excel Solver. *Journal of chemical education*, 75(1), 119.
- [17] Nakai, T., & Hinokio, M. (2004). A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters. *Soils and foundations*, 44(2), 53-70.