

การวิเคราะห์การตอบสนองของเสาเข็มเดี่ยวต่อแรงกระทำด้านข้างสองทิศทาง โดยใช้แบบจำลองย่อส่วน Analysis of Single Pile Response to Bi-directional Lateral Loading Using Scaled-Down Model

กิตติภพ เจริญสุข¹ ชลธิชา พิมพ์สุข² มณฑานที เสนาโลหิต³ ธวัชวงศ์ ผดุงศักดิ์⁴ วรัช ก้องกิจกุล^{5,*} และ หิรัญญา ศิลาคุปต์⁶

^{1,2,3,4,5,6} ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี จ.กรุงเทพมหานคร

*Corresponding author; E-mail address: warat.kon@kmutt.ac.th

บทคัดย่อ

การวิเคราะห์พฤติกรรมเสาเข็มโดยทั่วไปพิจารณาแรงด้านข้างในทิศทางเดียว แต่ในสภาพจริงเสาเข็มต้องรับแรงด้านข้างหลายทิศทางร่วมกับแรงในแนวตั้ง โดยลำดับการกระทำของแรงอาจส่งผลต่อพฤติกรรมการเสียรูปของเสาเข็ม งานวิจัยนี้ศึกษาพฤติกรรมของเสาเข็มเดี่ยวในชั้นทรายแน่นภายใต้แรงด้านข้างสองทิศทางที่ตั้งฉากกัน โดยใช้แบบจำลองย่อส่วน ผลการศึกษาพบว่า (1) แรงด้านทานดินในทิศทางหนึ่งจะลดลงเมื่อมีแรงกระทำเพิ่มขึ้นในอีกทิศทางหนึ่ง (2) การให้แรงในทิศทางที่สองทำให้หัวเสาเข็มเกิดการเคลื่อนตัวทั้งสองทิศทาง โดยการเคลื่อนตัวในทิศแรกมีค่าสูงในช่วงแรกและค่อยๆ ลดลง (3) แรงด้านทานดินในทิศแรกมีการเปลี่ยนแปลงตามความลึก โดยลดลงบริเวณผิวดินแต่เพิ่มขึ้นที่ความลึกมากขึ้น และ (4) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงปฏิกิริยาดิน (p) กับระยะการโก่งตัว (y) ในแต่ละทิศทางขึ้นกับขนาดของแรงในอีกทิศทางหนึ่ง และความสัมพันธ์ในทิศแรกยังเปลี่ยนแปลงตามประวัติการรับแรง ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าการใช้ความสัมพันธ์ p - y จากการศึกษาแรงทิศทางเดียวไม่เหมาะสมสำหรับการทำนายพฤติกรรมเสาเข็มภายใต้แรงสองทิศทาง

คำสำคัญ: เสาเข็ม, แรงด้านข้าง, สองทิศทาง, ปฏิกิริยาภายใน, เส้นโค้ง p - y

Abstract

Pile analysis typically considers lateral loads in a single direction, while in reality, piles must resist both lateral loads in multiple directions and axial forces, where the loading sequence may affect pile deformation behavior. This research investigated the behavior of a single pile in dense sand subjected to lateral loads in two perpendicular directions using a scaled-down model. The results showed that (1) soil resistance in one direction decreased when the load in the other direction increased, (2) applying load in the second direction caused pile head movement in both directions, with deflection in the first direction being initially high and gradually decreasing, (3) soil resistance in the first direction varied with depth, decreasing near the ground surface but increasing at greater depths, and (4) the relationship between soil reaction (p) and deflection (y) in each direction depended on the load magnitude in the other direction, and the relationship in the first direction also varied with loading history. The findings demonstrate that using p - y

curves from single-direction analysis is not suitable for predicting pile behavior under bi-directional lateral loading.

Keywords: Pile, Lateral loading, Bi-directional loading, Internal reaction, p - y curve

1. คำนำ

เสาเข็มเป็นองค์ประกอบสำคัญในงานวิศวกรรมโยธา ทำหน้าที่ถ่ายแรงจากโครงสร้างไปสู่ดิน ซึ่งต้องรับทั้งแรงแนวตั้งและแรงด้านข้าง โดยในบางสถานการณ์ แรงด้านข้างที่กระทำต่อเสาเข็มมาจากหลายทิศทาง ตัวอย่างเช่น ทิศทางการเคลื่อนตัวของคลื่นและลมที่ไม่อยู่ในแนวเดียวกัน เนื่องจากคลื่นและลมมาจากต่างทิศทางกัน [1] จากที่กล่าวมาแสดงให้เห็นว่าเสาเข็มมีโอกาสที่จะรับแรงกระทำด้านข้างในสองทิศทางที่ตั้งฉากกันได้ ซึ่งจะส่งผลให้เสาเข็มมีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงไป โดยจากการศึกษาที่ผ่านมาในอดีตจะมุ่งเน้นที่การศึกษาพฤติกรรมของเสาเข็มรับแรงกระทำด้านข้างเพียงทิศทางเดียวและพัฒนาเส้นโค้งความสัมพันธ์ระหว่างแรงปฏิกิริยาดิน (p) กับค่าการโก่งตัว (y) เพื่อใช้คำนวณตอบสนองของเสาเข็มด้วยวิธีเชิงตัวเลข

ในงานวิจัยครั้งนี้จะมุ่งเน้นไปที่การศึกษาพฤติกรรมการให้แรงด้านข้างที่กระทำต่อเสาเข็มจำลองแบบคงที่ โดยให้แรงกระทำคงที่ทั้งขนาดและทิศทาง ซึ่งมักไม่พบในทางปฏิบัติ แต่ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ได้จากการทดสอบเสาเข็มด้วยแรงประเภท Static loading สามารถเป็นประโยชน์ในการยึดเป็นเส้นฐานในการคำนวณของแรงด้านข้างประเภทอื่นๆ ที่กระทำกับเสาเข็ม [2] การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาพฤติกรรมของเสาเข็มเมื่อรับแรงกระทำด้านข้างสองทิศทาง เช่น การโก่งตัว โมเมนต์ดัด ที่กระจายตามความยาวของเสาเข็ม และลักษณะเส้นโค้ง p - y ที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทางของเสาเข็ม ทำการทดสอบโดยใช้การจำลองย่อส่วนเสาเข็มอะลูมิเนียมจากเสาเข็มเหล็กฝังลงในทรายแห้ง และรับแรงกระทำด้านข้างแบบคงที่ที่ค่าแรงต่างๆ ควบคุมการให้แรงแบบ Load-control ในทิศทางแกน x และควบคุมการให้แรงแบบ Displacement-control ในทิศทางแกน y

2. การดำเนินการ

2.1 วัสดุอุปกรณ์

2.1.1 ทรายแห้ง

ชั้นทรายที่ใช้ในการทดสอบใช้ KMUTT sand ซึ่งเป็นตะกอนที่ถูกทับถมใต้แม่น้ำราชบุรี ถูกนำมาร่อนโดยใช้ตะแกรงเบอร์ 40 (0.425 mm) และค้ำบนตะแกรงเบอร์ 100 (0.150 mm) จากนั้นนำมาอบด้วยอุณหภูมิ 110 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 24 ชั่วโมง KMUTT sand มีค่าความถ่วงจำเพาะ (G_s) เท่ากับ 2.657 ขนาดอนุภาคที่มีประสิทธิภาพ (D_{50}) เท่ากับ 0.235 mm ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายตัว (C_u) เท่ากับ

0.896 อัตราส่วนช่องว่างที่มากที่สุดและน้อยที่สุด เท่ากับ 1.0423 และ 0.6534 ตามลำดับ

2.1.2 เสาค้ำจ้ง

ท่ออะลูมิเนียมชนิด 6061-T6 ถูกนำมาใช้เป็นเสาค้ำจ้ง มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 30.5 mm ยาว 0.9 m ย่อยส่วนมาจากเสาค้ำจ้งต้นแบบคือเสาค้ำจ้ง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 61 cm ยาว 21 m [3] Scaling factor, n มีค่า 20 คุณสมบัติของท่ออะลูมิเนียมแสดงดังตารางที่ 1 ในการศึกษา จำลองเสาค้ำจ้งแบบเสาค้ำจ้งเดี่ยว ได้ติดตั้ง Strain gauge จำนวน 4 ตัวต่อหนึ่งตำแหน่งความยาวภายในเสาค้ำจ้ง 10 ตำแหน่งตามแนวยาวของเสาค้ำจ้ง เพื่อตรวจวัดความเครียดที่เกิดขึ้นในสองทิศทางดังแสดงในรูปที่ 1

2.2 การเตรียมการทดสอบ

ในการศึกษาได้เตรียมแบบจำลองเสาค้ำจ้งส่วนที่ต้องรับแรงกระทำด้านข้างในถังคอนกรีตที่มีความสูง 100 cm และมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 98 cm ใช้โครงเหล็กในการรองรับถังคอนกรีตและทำหน้าที่เป็นโครงรับแรงปฏิกิริยา ชั้นทรายได้ถูกเตรียมให้มีความหนาแน่นประมาณ 1.51 g/cc ใช้อุปกรณ์ในการให้แรงด้านข้างสองทิศทางที่พัฒนาขึ้นใหม่ สำหรับการให้แรงกระทำด้านข้างทิศทาง y ใช้ชุดระบบเกียร์ในรูปที่ 2 (ก) แรงกระทำด้านข้างในทิศทาง x ใช้กระบอบกลในรูปที่ 2 (ข) มีการใช้ load cell สำหรับวัดแรงด้านข้างซึ่งใช้กับเสาค้ำจ้งจำลอง การเสียรูปทางด้านข้างใช้เครื่องแปลงสัญญาณการเคลื่อนที่แปรผันเชิงเส้น (LVDT) แสดงดังรูปที่ 3

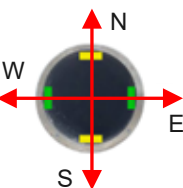
2.3 แผนการทดสอบ

ทิศทางการเคลื่อนที่ของหัวเสาค้ำจ้งกำหนดไว้ดังรูปที่ 3 ใช้กระบอบกลให้แรงกระทำด้านข้างในทิศทางแกน x ซึ่งควบคุมการให้แรงกระทำแบบ Load-control โดยกำหนดให้ Monotonic load ratio (MLR) คืออัตราส่วนระหว่างแรงที่จะให้กับหัวเสาค้ำจ้งต่อแรงกระทำด้านข้างสูงสุดของเสาค้ำจ้ง ในงานวิจัยนี้ใช้ MLR ที่มีค่าเท่ากับ 0.25, 0.50, 0.75 และ 1.00 ใช้ชุดระบบเกียร์ในการให้แรงกระทำด้านข้างแบบคงที่ในทิศทางแกน y ควบคุมการให้แรงแบบ Displacement-control ด้วยอัตราการเคลื่อนที่ที่หัวเสาค้ำจ้ง 0.2 mm/min จนหัวเสาค้ำจ้งเคลื่อนที่ไป 10 mm ในแต่ละค่า MLR รวมทั้งหมด 5 การทดสอบดังแสดงในตารางที่ 2

Thickness = 3.1 mm



OD = 30.5 mm



รูปที่ 1 รายละเอียดเสาค้ำจ้งจำลองและตำแหน่ง Strain gauge บนเสาค้ำจ้งจำลอง

ตารางที่ 1 คุณสมบัติและขนาดของเสาค้ำจ้งอะลูมิเนียมที่ใช้ในการจำลองทางกายภาพ

คุณสมบัติ	เสาค้ำจ้งต้นแบบ	เสาค้ำจ้งอะลูมิเนียมจำลอง	Scaling factor เป้าหมาย	Scaling factor ที่ได้
ความยาว, L (m)	18	0.9	20	20
เส้นผ่านศูนย์กลาง, D (m)	0.61	3.05x10 ⁻²	20	20
โมดูลัสยืดหยุ่น, E (GPa)	20	55	-	-
โมเมนต์ความเฉื่อย, I (m ⁴)	6.80x10 ⁻³	2.54x10 ⁻⁸	-	-
ความสามารถในการต้านทานการดัดตัว, EI (Nm ²)	1.36x10 ⁸	1.40x10 ³	20 ⁴	17.7 ⁴

ตารางที่ 2 สรุปโปรแกรมการทดสอบที่ใช้ในการศึกษา

No.	MLR	Fx application	Fy application	Fy Displacement Limit (mm)
1	0	Load-control	Displacement-control	10
2	0.25	Load-control	Displacement-control	10
3	0.5	Load-control	Displacement-control	10
4	0.75	Load-control	Displacement-control	10
5	1	Load-control	Displacement-control	10

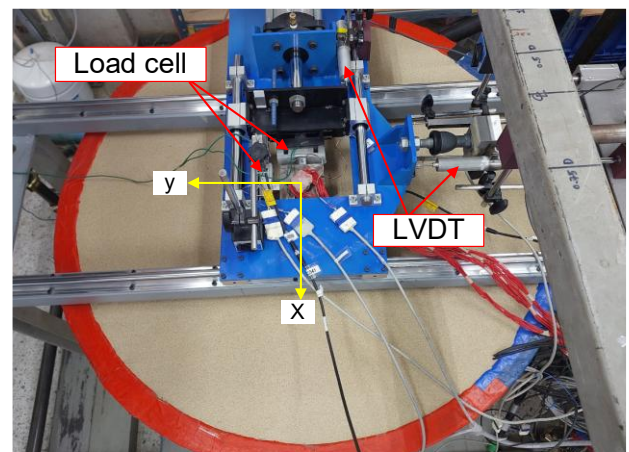


(ก) ชุดระบบเกียร์ให้แรง



(ข) ระบบกระบอบกลให้แรง

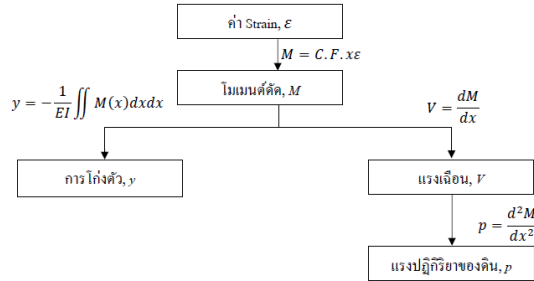
รูปที่ 2 อุปกรณ์ให้แรงแก่หัวเสาค้ำจ้งในแนวแกน y และ x



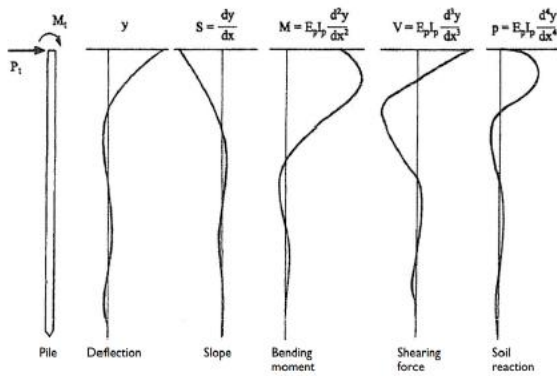
รูปที่ 3 การติดตั้งอุปกรณ์สำหรับการทดสอบ

2.4 วิธีการวิเคราะห์ผล

วิธีการนำค่าโมเมนต์ดัดที่วัดได้ตามความลึกต่างๆ ของเสาเข็มจำลอง จาก Strain gauge ไปคำนวณหาแรงเฉือน ความต้านทานของดิน (Soil resistance) และการเสียรูปในแนวด้านข้าง เพื่อไปคำนวณหาความแข็งแรงของดิน (Soil stiffness) ดังแสดงในรูปที่ 4 และ 5



รูปที่ 4 แผนผังขั้นตอนของค่า Strain ที่วัดได้จาก Strain gauge



รูปที่ 5 รูปแบบของผลลัพธ์ที่ได้จากการทดสอบ [2]

3. ผลการทดสอบและการวิเคราะห์ผล

3.1 วัสดุอุปกรณ์ผลการทดสอบการสอบเทียบเสาเข็มจำลอง

ในการสอบเทียบเสาเข็มจำลองด้าน N-S มีค่า Calibration Factor (C.F.) เท่ากับ 0.07865 N-m/ $\mu\epsilon$ ด้าน W-E มีค่าเท่ากับ 0.07902 N-m/ $\mu\epsilon$ และคำนวณค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (E) ของเสาเข็มจำลองได้เท่ากับ 55 GPa ซึ่งสอดคล้องกับค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของอะลูมิเนียมที่อยู่ในช่วง 50-70 GPa [4]

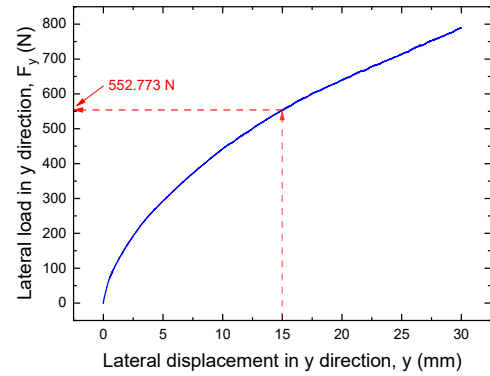
3.2 แรงกระทำด้านข้างแบบ Monotonic สูงสุด

แรงกระทำด้านข้างแบบ Monotonic สูงสุดสำหรับงานวิจัยนี้ คือจุดที่หัวเสาเข็มมีการเคลื่อนที่ทางด้านข้างเท่ากับ 10 mm [5] หรือประมาณ 0.3D [6], [7] จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างที่หัวเสาเข็ม (F_y) กับการโก่งตัวทางด้านข้างที่หัวเสาเข็ม (y_h) ที่ได้จากการทดสอบด้วยแรงกระทำด้านข้างทิศทางเดียวแสดงดังรูปที่ 6 จะได้ว่า แรงกระทำด้านข้างแบบ Monotonic สูงสุด (1.00MLR) ในการศึกษาครั้งนี้มีค่า 442.8 N หรือประมาณ 440 N

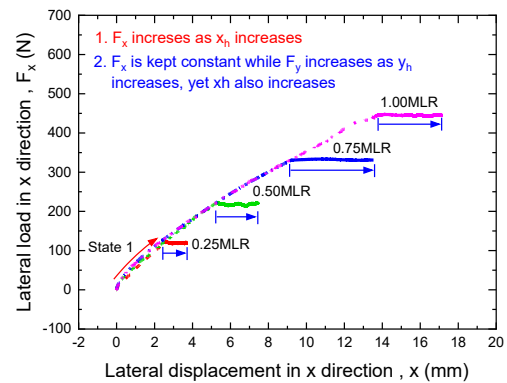
3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างกับการโก่งตัวด้านข้างของหัวเสาเข็ม

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างที่หัวเสาเข็ม, F_x (N) กับการโก่งตัวทางด้านข้างที่หัวเสาเข็ม, x_h (mm) แสดงดังรูปที่ 7 จะเห็นว่าใน state 1 (กราฟเส้นประ) การเพิ่มขึ้นของแรงและการเคลื่อนที่ทางด้านข้างของเสาเข็ม

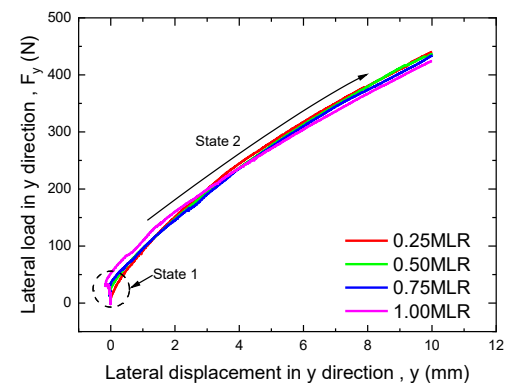
สอดคล้องกันในทุกการทดสอบ และใน State 2 (กราฟเส้นทึบ) แรงมีค่าคงที่ เนื่องจากการควบคุมแรงด้วยกระบอกลม ในขณะที่หัวเสาเข็มมีการเคลื่อนตัวเพิ่มมากขึ้น ซึ่งจะสังเกตได้ว่า เมื่อมีการให้แรงคงค้างจาก State 1 ด้วยค่าที่มากขึ้น การเคลื่อนตัวของเสาเข็มใน State 2 ก็มีค่าเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำที่หัวเสาเข็ม, F_y (N) กับการโก่งตัวทางด้านข้างที่หัวเสาเข็ม, y_h (mm) แสดงดังรูปที่ 8



รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่าง Lateral load, F_y (N) กับ Lateral displacement, y_h (mm) ของหัวเสาเข็มในทิศทาง y



รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่าง Lateral load, F_x (N) กับ Lateral displacement, x_h (mm) ของเสาเข็มในแนวนอน x



รูปที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่าง Lateral load, F_y (N) กับ Lateral displacement, y_h (mm) ของเสาเข็มในแนวนอน y

จะเห็นว่าเมื่อเสาเข็มรับแรงกระทำด้านข้างทิศทางเดียว (Uni-direction) แรงกระทำด้านข้างสูงสุดมีค่า 446.2 N (ที่ระยะการเคลื่อนตัว 10 mm) เมื่อเสาเข็มรับแรงกระทำด้านข้าง 2 ทิศทาง (Bi-direction) แรงกระทำด้านข้างสูงสุดมีค่า 410.9 N สำหรับการทดสอบที่ $F_x = 0.25\text{MLR}$ ใน State 1 และแรงกระทำด้านข้างสูงสุดมีค่าลดลง เมื่อแรงคงค้างในแนวนอน x จาก

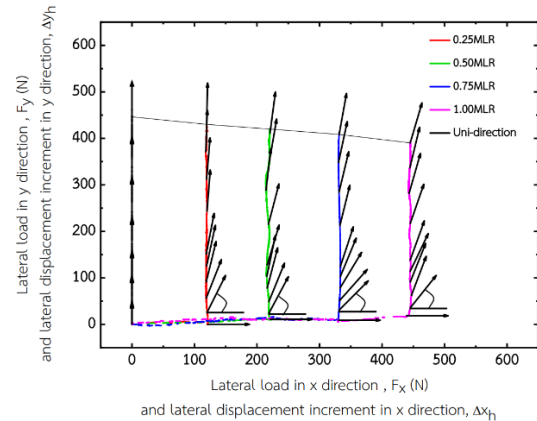
State 1 มีค่ามากขึ้น ดังนั้น ผลการทดสอบนี้บ่งชี้ว่า Load history มีผลการพฤติกรรมของเสาเข็มเมื่อรับแรงด้านข้างสองทิศทาง โดยการให้แรงในแนวแกน x ทำให้แรงต้านทานของดินต่อการเคลื่อนที่ในแนวแกน y ลดลง ซึ่งผลการทดสอบนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Su (2012) [8] ที่ได้ทำการทดสอบให้แรงกระทำด้านข้างแบบหลายทิศทาง (Multi-direction) แก่เสาเข็มจำลองในชั้นดินทราย แรงกระทำด้านข้างสูงสุดในวัฏจักรแรกมีค่า 270.3 N จากการทดสอบด้วยแรงแบบ Uni-direction ประเภทวัฏจักร แต่เมื่อทดสอบด้วยแรงแบบ Cross loading ประเภทวัฏจักร โดยทำการทดสอบให้แรงกระทำในทิศทาง y ก่อน แล้วจึงให้แรงกระทำในทิศทาง x พบว่าแรงกระทำด้านข้างสูงสุดในแนวแกน x มีค่าลดลงเหลือ 203.8 N หลังจากที่ได้รับแรงในแนวแกน y คงค้างมาก่อน

จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างที่หัวเสาเข็มในแนวแกน y , F_y (N) กับแรงกระทำด้านข้างที่หัวเสาเข็มในแนวแกน x , F_x (N) และเวกเตอร์การเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y แสดงดังรูปที่ 9 พบว่า ในการให้แรงด้านข้างแบบทิศทางเดียว เวกเตอร์การเคลื่อนที่ของหัวเสาเข็มมีทิศทางเดียวกับแรงที่กระทำ ส่วนในการทดสอบให้แรงด้านข้างแบบสองทิศทาง เมื่อให้แรงเพิ่มมากขึ้นในช่วง State 2 เวกเตอร์การเคลื่อนที่ของหัวเสาเข็มทำมุมกับแกน x มากขึ้นจนลู่ออกทาง y แสดงให้เห็นว่าในช่วงเริ่มให้แรงกระทำในแกน y อัตราการเพิ่มขึ้นของการเคลื่อนที่ในแกน x มากกว่าการเคลื่อนที่ในแกน y และเมื่อให้แรงไปเรื่อยๆ อัตราการเพิ่มขึ้นของการเคลื่อนที่ในแกน x ก็มีความน้อยลง สังเกตได้จากรูปที่ 10 ในช่วงเริ่ม State 2 กราฟมีการเบี่ยงไปใกล้แกน x ก่อนที่จะลู่ออกตามแกน y มากขึ้น โดยในรูปที่ 10 จะนิยามให้จุดที่เริ่มให้แรงกระทำด้านข้างในทิศทาง y (State 2) มีค่าการเคลื่อนที่ด้านข้างส่วนเพิ่มในแกน x (Δx_h) และค่าการเคลื่อนที่ด้านข้างส่วนเพิ่มในแกน y (Δy_h) เท่ากับ 0 โดยพฤติกรรมของการเคลื่อนที่บริเวณหัวเสาเข็มนี้อาจเกิดจากแรงต้านทานของดินใน Passive zone ซึ่งอยู่ด้านหน้าเสาเข็มลดลงในช่วงแรก เนื่องจากได้รับอิทธิพลจากการให้แรงในแกน x (เสาเข็มเคลื่อนที่จาก A ไป B ในรูปที่ 11) และเมื่อหัวเสาเข็มมีการเคลื่อนที่ไปเรื่อยๆ (เสาเข็มเคลื่อนที่จาก B ไป C ในรูปที่ 11) แรงต้านทานของดินก็มีการเพิ่มขึ้นเนื่องจากมี Interaction กับดินโซนใหม่ที่ได้รับอิทธิพลจากการให้แรงด้านข้างใน State 1 น้อยลง จึงทำให้เวกเตอร์มีรูปแบบแสดงดังรูป 11

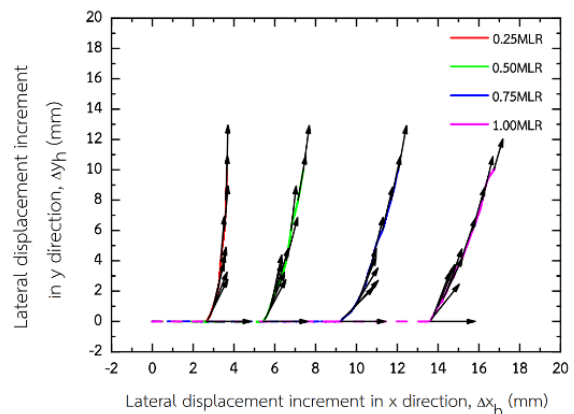
3.4 ปฏิกริยาภายในเมื่อให้แรงกระทำกับเสาเข็มสองทิศทาง

การกระจายตัวการโก่งตัว (y), ค่าโมเมนต์ดัด (M), แรงเฉือน (V), และแรงปฏิกริยาของดิน (p) ในแนวแกน y ของเสาเข็มเดี่ยวรับแรงกระทำทางด้านข้างใน State 2 ที่ระยะการเคลื่อนที่ที่หัวเสาเข็มในแนวแกน y เท่ากับ 3 mm แสดงดังรูปที่ 12 จากรูปนี้จะพบว่าค่าโมเมนต์ดัดมีค่าติดลบสูงสุดเกิดขึ้นที่ความลึกเท่ากับ 10 ถึง 13 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเสาเข็ม ซึ่งสอดคล้องกับค่าแรงเฉือนที่มีค่าลบสูงสุดที่ระดับผิวเสาเข็มและติดลบน้อยลงจนมีค่าเป็นศูนย์ที่ระดับความลึกเท่ากับ 10 ถึง 13 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางเสาเข็ม ส่วนการโก่งตัวด้านข้างเพิ่มขึ้นตามแรงที่กระทำทางด้านข้างที่หัวเสาเข็ม โดยการกระจายตัวของปฏิกริยาตอบสนองภายในเสาเข็มในทิศทาง x มีลักษณะทำนองเดียวกับในแกน y แต่ปฏิกริยาภายในในแต่ละการทดสอบไม่ใกล้เคียงกันดังเช่นแรงปฏิกริยาในแกน y ดังแสดงในรูปที่ 13 เนื่องจากแรงในทิศทางแกน x ที่ให้ใน State 1 มีค่าแตกต่างกัน จึงทำให้แรงภายในที่ได้แตกต่างกันอย่างชัดเจน และพบว่าจากการโก่งตัวที่หัวเสาเข็มในรูปที่ 12 มีค่าการโก่งตัวของเสาเข็มไม่เท่ากับ 3 mm พอติ เป็นผลมาจากการติดตั้ง Strain gauge ที่ไม่ได้ติดตั้งตำแหน่งหัวเสาเข็มพอดี ค่าการโก่งตัวทางด้านข้างของเสาเข็มนี้ได้มาจากการสมการการโก่งตัว ดังแสดงในรูปที่

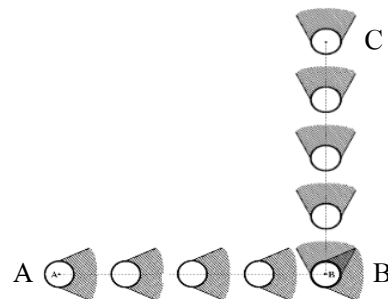
4 นอกจากนี้ จะเห็นว่าปฏิกริยาภายในในแนวแกน y และ x ในรูปที่ 12 และ 13 ที่ได้จากการศึกษานี้มีแนวโน้มคล้ายกันกับงานวิจัยของ Georgiadis, et al. (1991) [9] เป็นผลมาจากการติดตั้ง Strain gauge ภายในเสาเข็มทั้ง 4 ทิศทาง เพื่อวัดค่าปฏิกริยาภายในสองทิศทาง (x และ y) โดยสามารถวัดค่าได้ดี เพราะค่าปฏิกริยาภายในที่ได้คำนวณมาจากค่า Strain ที่เกิดขึ้นจริงภายในเสาเข็ม



รูปที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างในแกน x , F_x (N) และแรงกระทำด้านข้างในแกน y , F_y (N) และ Displacement vector แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของเสาเข็ม ณ ค่า F_x และ F_y ต่างๆ



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ด้านข้างส่วนเพิ่มในแกน x , Δx_h (mm) และการเคลื่อนที่ด้านข้างส่วนเพิ่มในแกน y , Δy_h (mm)

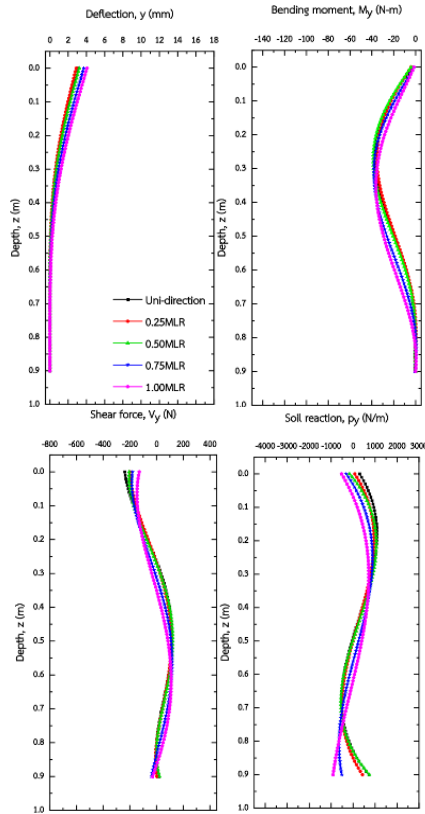


รูปที่ 11 ภาพประกอบจำลองพื้นที่ที่ได้รับอิทธิพลเมื่อหัวเสาเข็มเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง [8]

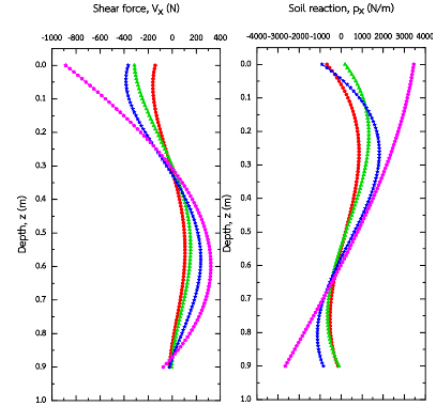
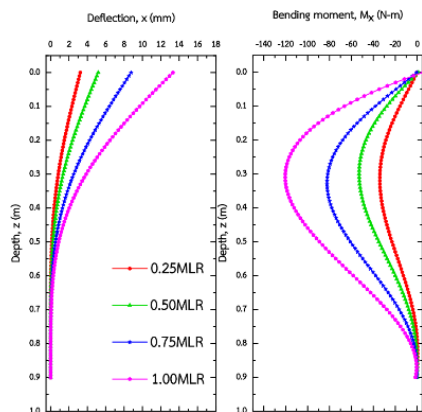
3.5 เส้นโค้ง p_y-y และเส้นโค้ง p_x-x

3.5.1 Critical Depth ของเส้นโค้ง p_y-y และ p_x-x

ความลึกที่จะใช้พิจารณาเส้นโค้ง p_y-y และเส้นโค้ง p_x-x ที่ได้จากการทดสอบเป็นความลึกในช่วงที่เสาเข็มเกิด Passive resistance มีการเปลี่ยนแปลงของความชันของเส้นโค้ง p_y-y และ p_x-x อย่างชัดเจน ซึ่งมีค่า 0.10-0.30 m โดยที่ความลึก 0.30 m เป็นความลึกที่ใช้พิจารณาเพื่อเปรียบเทียบเส้นโค้ง $p-y$ ที่เกิดขึ้นในการทดสอบที่แรงกระทำทั้งหมดที่ได้ทดสอบ เนื่องจากเป็น Critical depth ซึ่งมีค่า 10D อ้างอิงจาก NAVFAC DM 7.2 [10] หรือ 30 cm และความลึกนี้ยังเป็นจุดที่เกิดโมเมนต์ดัดมากที่สุด



รูปที่ 12 ปฏิกริยาภายในของเสาเข็มในทิศทาง y ที่ระดับแรงในแนวแกน x ต่างๆ เมื่อมีการเคลื่อนที่ในแนวแกน y ที่หัวเสาเข็มเท่ากับ 3 mm



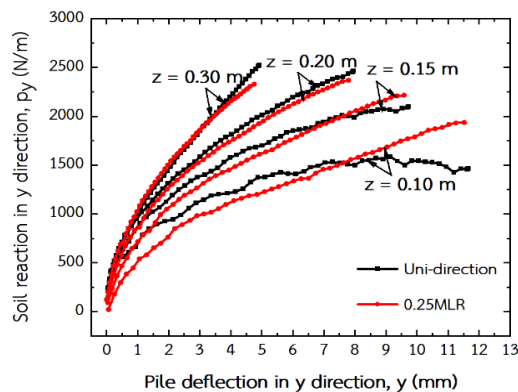
รูปที่ 13 ปฏิกริยาภายในของเสาเข็มในทิศทาง x ที่ระดับแรงในแนวแกน x ต่างๆ เมื่อมีการเคลื่อนที่ในแนวแกน y ที่หัวเสาเข็มเท่ากับ 3 mm

3.5.2 เส้นโค้ง p_y-y และเส้นโค้ง p_x-x ที่ระดับความลึกต่างๆ ของเสาเข็ม

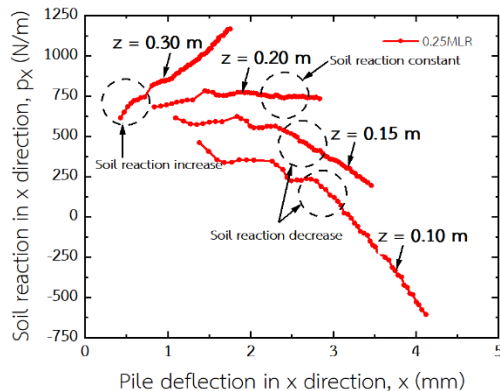
เส้นโค้ง p_y-y ในแนวแกน y ณ ตำแหน่งความลึกตามแนวความยาวเสาเข็มเท่ากับ 0.10 m, 0.15 m, 0.20 m และ 0.30 m แสดงดังรูปที่ 14 โดยเส้นโค้ง p_y-y แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงปฏิกริยาของดิน (p_y) และการโก่งตัว (y) จากรูปพบว่าเมื่อการโก่งตัวของเสาเข็ม (y) เพิ่มขึ้น แรงปฏิกริยาของดิน (p_y) จะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่ลดลง ซึ่งเป็นลักษณะทั่วไปของเส้นโค้ง p_y-y โดยที่ค่าความชันของเส้นโค้ง p_y-y จะบ่งบอกค่าโมดูลัสของดิน (Soil modulus, E_s) ของดิน ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปตามระดับความลึกของเสาเข็ม โดยที่เมื่อระดับความลึกของเสาเข็มเพิ่มขึ้น ค่าโมดูลัสของดินจะเพิ่มขึ้น จะเห็นได้จากความชันของเส้นโค้ง p_y-y ที่ระดับความลึกของเสาเข็ม 0.30 m มีค่ามากกว่าความชันของเส้นโค้ง p_y-y ที่ระดับความลึก 0.10 m แสดงดังรูปที่ 14 ซึ่งผลการทดสอบมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ Verdure, et al. (2003) [11] เส้นโค้ง $p-y$ ได้จากการทดสอบเสาเข็มที่รับแรงกระทำด้านข้างแบบวัฏจักรในทรายโดยการทดสอบด้วยการหมุนเหวี่ยง และงานวิจัยของ Georgiadis, et al. (1991) [9] เส้นโค้ง $p-y$ ได้จากการทดสอบเสาเข็มที่รับแรงกระทำด้านข้างในทรายโดยการทดสอบด้วยการหมุนเหวี่ยง โดยผลการทดสอบแสดงให้เห็นว่า แรงปฏิกริยาของดินจะมีค่ามากขึ้นเมื่อระดับความลึกมากขึ้น และนอกจากนี้ ในการศึกษาพบว่าค่าความชันของเส้นโค้ง p_y-y จากการให้แรงแบบ Uni-direction มีค่ามากกว่าค่าความชันของเส้นโค้ง p_y-y จากการให้แรงแบบ Bi-direction บ่งบอกได้ว่าค่าโมดูลัสของดินรอบเสาเข็มจะลดลงเมื่อมีแรงกระทำที่หัวเสาเข็มสองทิศทาง

เส้นโค้ง p_x-x ในแนวแกน x ณ ตำแหน่งความลึกตามแนวความยาวเสาเข็มเท่ากับ 0.10 m, 0.15 m, 0.20 m และ 0.30 m ที่ได้จากการทดสอบโดยให้แรงกระทำกระทำที่หัวเสาเข็มแบบสองทิศทาง (Bi-direction) แสดงดังรูปที่ 15 เส้นโค้ง p_x-x แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงปฏิกริยาของดิน (p_x) และการโก่งตัว (x) จากผลการทดสอบที่ระดับความลึกของเสาเข็มเท่ากับ 0.10 m จะพบว่าเมื่อการโก่งตัวของเสาเข็ม (x) เพิ่มขึ้น ค่าแรงปฏิกริยาของดิน (p_x) ลดลงด้วยอัตราที่มากขึ้น และที่ระดับความลึกของเสาเข็มเท่ากับ 0.15 m และ 0.20 m เมื่อการโก่งตัวของเสาเข็ม (x) เพิ่มขึ้นค่าแรงปฏิกริยาของดิน (p_x) มีค่าลดลงด้วยอัตราที่มากขึ้น กล่าวคือที่ระดับใกล้ผิวดินค่าความชัน (E_s) ของเส้นโค้ง p_x-x มีค่าลดลงมากขึ้นด้วยอัตราที่มากขึ้น แต่ขนาดของความชันค่อยๆ มีค่าลดลงกับระดับความลึกที่มากขึ้นจนเป็นศูนย์ เมื่อความลึกประมาณ 0.20 m และความชันจะมีค่าเป็นบวกที่ระดับความลึกเท่ากับ 0.30 m กล่าวได้ว่า ที่ระดับความลึกของเสาเข็มมากขึ้น ค่าแรงปฏิกริยาของดิน (p_x) จะเพิ่มขึ้น

พฤติกรรมนี้แสดงให้เห็นว่าปฏิกิริยาของดินที่ความลึกต่างๆ ในทิศทาง x เปลี่ยนแปลงไป เมื่อเสาเข็มรับแรงในทิศทาง y ถึงแม้ว่าแรงกระทำที่หัวเสาเข็มในทิศทาง x จะมีค่าคงที่ โดยจะเห็นว่าแรงปฏิกิริยาของดินในทิศทาง x บริเวณเสาเข็มส่วนบนจะลดลงและจะย้ายไปบริเวณที่มีความลึกมากขึ้น ซึ่งมีแนวโน้มเช่นเดียวกับเส้นโค้ง p_y-y แต่ลักษณะเส้นโค้ง p_x-x ที่ได้มีการคล้อยตามพฤติกรรมเส้นโค้ง $p-y$ ของเสาเข็มเมื่อรับแรงด้านข้างแบบวัฏจักร คือช่วงปลายเส้นโค้งค่าความชัน (E_s) มีค่าติดลบ เพราะแรงปฏิกิริยาของดินน้อยลง อาจเนื่องมาจากการให้แรงกระทำด้านข้างที่หัวเสาเข็มทางแกน x ใน State 1 ส่งผลให้ที่ตำแหน่งความลึกน้อยๆ ใกล้ผิวดินมีการสูญเสียการสัมผัสระหว่างดินกับเสาเข็มเกิดขึ้น เพราะดินบริเวณพื้นผิวบางส่วนไหลลงไปยังตำแหน่งที่ลึกขึ้น ทำให้ที่ตำแหน่งความลึกของเสาเข็มมีค่ามากขึ้น จะมีค่าแรงปฏิกิริยาของดินเพิ่มขึ้นมาก พฤติกรรมการลดลงของแรงปฏิกิริยาของดินนี้ค้นพบโดย Matlock (1970) [12] และ Reese, et al. (1975) [13] ในการทดสอบเสาเข็มในสนามจริง [14]



รูปที่ 14 เส้นโค้ง p_y-y ที่ระดับความความลึกของเสาเข็มแตกต่างกัน



รูปที่ 15 เส้นโค้ง p_x-x ที่ระดับความความลึกของเสาเข็มแตกต่างกัน

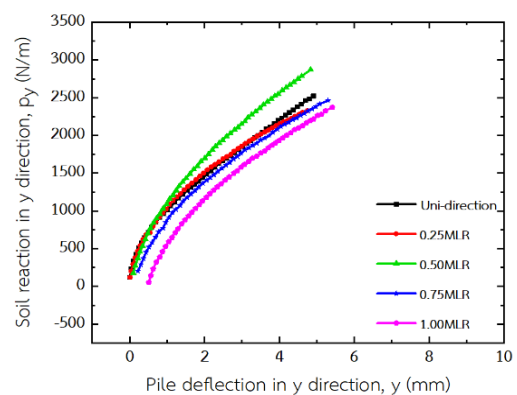
3.5.3 เส้นโค้ง p_y-y และเส้นโค้ง p_x-x ที่ระดับความความลึกต่างๆ ของเสาเข็ม

เส้นโค้ง p_y-y ในแนวแกน y ณ ตำแหน่งความลึกเสาเข็มเท่ากับ 0.30 m ในการทดสอบให้แรงกระทำที่หัวเสาเข็มทิศทางเดียว (Uni-direction) กับสองทิศทาง (0.25MLR, 0.50MLR, 0.75MLR และ 1.00MLR) แสดงดังรูปที่ 16 พบว่าที่ความลึกเดียวกันคือ 0.30 m เส้นโค้ง p_y-y ตอบสนองสำหรับค่าระดับแรงกระทำในทิศทาง x ที่ไม่เท่ากันแต่มีลักษณะโดยรวมที่ใกล้เคียงกัน และจะสังเกตเห็นว่าจุดเริ่มต้นการโก่งตัว (y) ของเส้นโค้ง p_y-y ใกล้เคียงกันที่ศูนย์ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเมื่อให้แรงกระทำล่วงหน้าในแกน x ไปก่อนจะทำให้ดินบริเวณรอบเสาเข็มเกิดการไหลไปรอบเสาเข็มวงกลมอย่าง

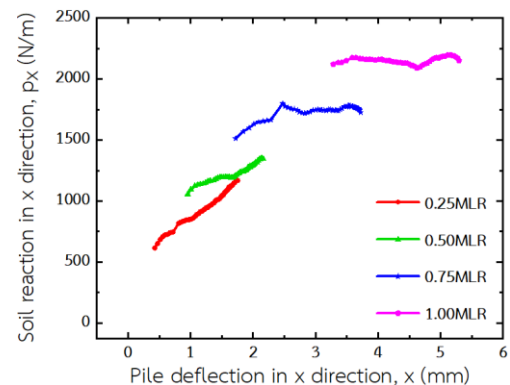
สมมาตร [15] ส่วนรูปที่ 17 แสดงเส้นโค้ง p_x-x ตอบสนองเมื่อแรงในทิศทาง x คงที่ แต่แรงในทิศทาง y กำลังเพิ่มขึ้น ซึ่งจะพบว่า 1) ค่า p_x และ x ไม่คงที่ แม้ว่าแรงกระทำที่หัวเสาเข็มในทิศทาง x คงที่ 2) ค่า p_x และ x เพิ่มขึ้นในทิศทางเดียวกัน แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของ p_x กับ x จะลดลงเมื่อระดับของแรงกระทำที่หัวเสาเข็มในทิศทาง x มีค่าเพิ่มขึ้น

3.6 การใช้เส้นโค้ง $p-y$ สำหรับเสาเข็มที่รับแรงกระทำด้านข้างสองทิศทาง

จากผลการทดสอบแบบ Uni-direction จะหาค่า x_h ตอบสนองกับค่า $F_x = 0.25, 0.50, 0.75$ และ 1.00MLR และเมื่อพิจารณาให้ $F_y = 250\text{ N}$ จะได้ค่า y_h ตอบสนองเท่ากับ 3.795 mm ซึ่งค่าการเคลื่อนที่นี้ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างและการเคลื่อนที่ที่หัวเสาเข็ม จากนั้นจะสามารถคำนวณค่าการเคลื่อนที่ลัพธ์ที่หัวเสาเข็ม (d_h) สำหรับ F_x ต่างๆ ได้จากสมการ $d_h = \sqrt{x_h^2 + y_h^2}$ ดังแสดงในรูปที่ 18 จากรูปจะเห็นว่าค่า d_h จากการทำนายโดยใช้ผลจาก Unidirectional test result



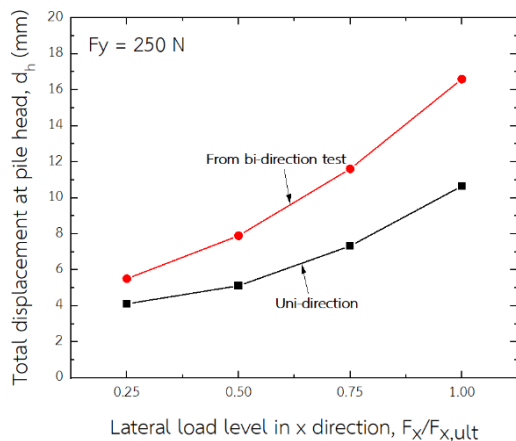
รูปที่ 16 เส้นโค้ง p_y-y ที่ระดับความความลึกของเสาเข็มเท่ากับ 0.30 m



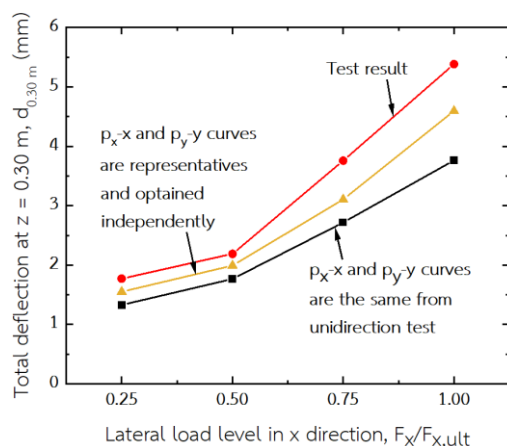
รูปที่ 17 เส้นโค้ง p_x-x ที่ระดับความความลึกของเสาเข็มเท่ากับ 0.30 m

underestimate เมื่อเทียบกับผลการทดสอบจริง ซึ่งการโก่งตัวลัพธ์ ($d = \sqrt{x^2 + y^2}$) ของเสาเข็มที่ความลึก 0.30 m แสดงดังรูปที่ 19 คำนวณจากค่า x ที่ตอบสนองกับ $P_{x,max}$ ในกรณีนี้ แรงกระทำในแนวแกน x เท่ากับ 0.25MLR, 0.50MLR, 0.75MLR และ 1.00MLR และค่า y ที่ตอบสนองกับ $P_y = 500\text{ N/m}$ ซึ่งค่า x และ y เหล่านี้พิจารณาจากเส้นโค้ง $p-y$ ในเงื่อนไขที่ต่างกัน จากรูปจะเห็นว่าได้ผลลัพธ์ทำนองเดียวกันกับค่าการเคลื่อนที่ลัพธ์ กล่าวคือ ค่า d จากการทำนายโดยใช้ผลจาก Unidirectional test result underestimate ผลการทดสอบจริง แต่เมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากเส้นโค้ง p_x-x และ p_y-y ตัวแทน ซึ่งเป็นเส้นโค้งที่ต่างกันในแต่ละ

ละทิศทาง โดยเส้นโค้ง p_x-x ตัวแทนจะใช้จากความสัมพันธ์แบบฟังก์ชันยกกำลังได้จากการ Fit เส้นโค้ง p_x-x ในรูปที่ 17 ($P_x = 913.48x^{0.5617}$) เป็นรูปแบบฟังก์ชันของเส้นโค้ง $p-y$ ที่ใช้ใน API (2000) [16] สำหรับดินเหนียวอ่อน ใน Reese, et al. (1975) [17] สำหรับดินเหนียวแข็งใต้น้ำ ใน Wesselink, et al. (1988) [18] สำหรับดินทรายซีเมนต์ (Calcareous sand) ใช้ใน Dyson and Randolph (2001) [19] สำหรับทรายคาร์บอนเต และใช้ใน Reese (1997) [20] สำหรับ Weak rock มีรูปแบบสมการทั่วไปคือ $P(y) = ky^m$ โดยที่ m มักจะมีค่าระหว่าง 0.25-0.65 [21] ส่วนของเส้นโค้ง p_y-y ตัวแทน ใช้เส้นโค้ง p_y-y ที่ได้จากทดสอบที่ $F_x = 0.75MLR$ ดังแสดงในรูปที่ 16 ซึ่งจะเห็นว่า ค่าการเคลื่อนที่ลัพธ์ที่ได้จากการใช้เส้นโค้ง p_x-x และ p_y-y ตัวแทนใกล้เคียงมากกว่าการใช้เส้นโค้ง $p-y$ จากการทดสอบด้วยแรงทิศทางเดียวมาเป็นตัวแทนทั้งเส้นโค้ง p_x-x และ p_y-y ดังนั้นจึงบ่งชี้ได้ว่า เส้นโค้ง $p-y$ ที่ได้จากการรับแรงด้านข้างแบบทิศทางเดียวไม่สามารถเป็นตัวแทนของเส้นโค้ง $p-y$ สำหรับการรับแรงด้านข้างแบบสองทิศทางที่ตั้งฉากกันได้



รูปที่ 18 ค่าการเคลื่อนที่ลัพธ์ของหัวเสาเข็มที่คำนวณได้จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำด้านข้างและการเคลื่อนที่ทางด้านข้างของเสาเข็มเมื่อรับแรงกระทำทิศทางเดียวและสองทิศทาง



รูปที่ 19 ค่าการโก่งตัวลัพธ์ของเสาเข็มที่ความลึก 0.30 m ที่คำนวณได้จากเส้นโค้ง $p-y$ จากการรับแรงกระทำทิศทางเดียว รับแรงกระทำสองทิศทาง และเส้นโค้ง $p-y$ ตัวแทน

4. บทสรุป

งานวิจัยนี้นำเสนอเกี่ยวกับการศึกษาพฤติกรรมต่างๆ ของเสาเข็มเดี่ยวที่ถูกติดตั้งอยู่ในทรายรับแรงกระทำทางด้านข้างสองทิศทางที่ตั้งฉากกัน (x และ y) โดยควบคุมการให้แรงแบบ Load-control ในทิศทางแกน x และควบคุมการให้แรงแบบ Displacement-control ในทิศทางแกน y ผลการทดสอบทางกายภาพของเสาเข็มจำลองรับแรงกระทำด้านข้างสองทิศทางโดยสามารถสรุปผลการศึกษาดังต่อไปนี้

1. การให้แรงด้านข้างในแนวแกน x คงที่ส่งผลต่อพฤติกรรมของเสาเข็มเมื่อให้แรงกระทำด้านข้างในแนวแกน y ทั้งปฏิกิริยาภายในเสาเข็มและความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่บริเวณหัวเสาเข็ม โดยค่าแรงด้านข้างสูงสุดในแนวแกน y ลดลงเมื่อมีแรงคงที่ในแนวแกน x เพิ่มขึ้น
2. เวกเตอร์การเคลื่อนที่ที่หัวเสาเข็มมีการเปลี่ยนแปลงทิศทาง บ่งชี้ว่า Load history มีผลต่อการเคลื่อนที่บริเวณหัวเสาเข็มเมื่อรับแรงด้านข้างสองทิศทาง
3. เมื่อให้แรงด้านข้างในแนวแกน y แรงปฏิกิริยาของดิน (p_y) มีการเปลี่ยนแปลงตามความลึก ที่ความลึกของเสาเข็มมากขึ้นค่าแรงปฏิกิริยาของดิน (p_y) มีค่ามากขึ้น
4. เส้นโค้ง p_y-y ในทิศทางแกน y มีความชันน้อยลงเมื่อแรงกระทำด้านข้างในแนวแกน x มีค่าคงที่มากขึ้น แสดงให้เห็นว่าแรงกระทำในแนวแกน x ที่มากขึ้นทำให้ค่าโมดูลัสของดินในแนวแกน y มีค่าลดลง และ เส้นโค้ง $p-y$ ที่ได้จากการให้แรงกระทำในทิศทางเดียวไม่สามารถนำมาเป็นตัวแทนเส้นโค้ง p_x-x และ p_y-y จากการให้แรงกระทำสองทิศทางได้ เส้นโค้ง p_x-x และ p_y-y จะไม่เหมือนกันในแต่ละทิศทาง และแปรผันกับแรงในอีกทิศทาง

จากผลการศึกษาดังนี้ จะเห็นได้ว่าพฤติกรรมของเสาเข็มที่รับแรงด้านข้างสองทิศทางมีความซับซ้อนและขึ้นอยู่กับประวัติการรับแรง รวมถึงคุณสมบัติของชั้นดินที่เสาเข็มฝังอยู่ ดังนั้น เพื่อเพิ่มความเข้าใจที่ครอบคลุมมากยิ่งขึ้น งานวิจัยในอนาคตควรขยายขอบเขตการศึกษาด้วยการทดสอบในชั้นดินชนิดอื่นที่มีคุณสมบัติต่างจากทราย เช่น ดินเหนียว หรือดินปนกรวด รวมถึงการพิจารณาผลของแรงกระทำด้านข้างแบบวัฏจักร (Cyclic Loading) ซึ่งสามารถสะท้อนสภาวะการใช้งานจริงของเสาเข็มในโครงสร้างพื้นฐานได้ดียิ่งขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลงได้ ขอขอบพระคุณคณะอาจารย์และผู้ร่วมวิจัยที่ได้ให้คำปรึกษา ตลอดไปจนถึงให้ข้อคิดและข้อเสนอแนะ ในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างการศึกษา จนกระทั่งการวิจัยครั้งนี้สำเร็จเรียบร้อยด้วยดี และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีที่เอื้ออำนวยวัสดุอุปกรณ์และห้องปฏิบัติการที่ใช้ในการทดสอบอย่างครบครัน รวมถึงขอขอบคุณ คุณธวัชวงศ์ ผดด้งค์ ที่ได้คำปรึกษา คำแนะนำในการดำเนินงานวิจัย พร้อมทั้งได้สนับสนุน และช่วยเหลือในการดำเนินงานวิจัยเป็นอย่างดีตลอดมา

เอกสารอ้างอิง

- [1] Sørnum, S.H., Krokstad J.R. and Amdahl J. (2019). Wind-wave directional effects on fatigue of bottom-fixed offshore wind turbine. *The 16th Deep Sea Offshore Wind R&D conference*, January 16-18, Trondheim, Norway.
- [2] Reese, L.C. and Impe, W.F. (2001). $p-y$ curves developed from static and cyclic load test of 641 mm-diameter pile.

- Single piles and pile groups under lateral loading*. Taylor & Francis, A.A. Balkema Publishers London, pp. 6.
- [3] Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand. *Offshore Technology Conference*, May 5-7, Dallas, Texas, USA., pp. 473-480.
- [4] Hellier, A.K.; Chaphalkar, P.P. and Prusty, B.G. (2017). Fracture toughness measurement for aluminium 6061-T6 using notched round bars. *Proceedings of the 9th Australasian Congress on Applied Mechanics 2017 (ACAM 9)*, 27-29 November, Sydney, Australia, p. 2.
- [5] Ni, P., Mangalathu, S., Song, L., Mei, G. and Zhao, Mei. (2018). Displacement-Dependent Lateral Earth Pressure Models. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, Vol. 16, No. 4, pp. 160-172.
- [6] Su, D. and Yan, W.M. (2013). A multidirectional p-y model for lateral sand-pile interactions. *Soils and Foundations*, Vol. 53, No. 2, pp. 199-214.
- [7] Rathod, D., Nigitha, D. and Krishnanunni, K.T. (2021). Experimental Investigation of the Behaviour of Monopile under Asymmetric Two-Way Cyclic Lateral Loads. *International Journal of Geomechanics*, Vol. 21, No. 3, pp. 1-12.
- [8] Su, D. (2012). Resistance of Short, Stiff Piles to Multidirectional Lateral Loadings. *Geotechnical Testing Journal*, Vol. 35, No. 2, pp. 16.
- [9] Georgiadis, M., Anagnostopoulos, C. and Saflekou, S., 1991. Centrifugal testing of laterally loaded piles in sand. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 29, No. 2, pp. 208-216.
- [10] Naval Facilities Engineering Command. (1986). *DESIGN MANUAL 7.02*. Naval Facilities Engineering Command, Virginia, USA.
- [11] Verdure, L., Garnier, J. and Levacher, D. (2003). Lateral cyclic loading of single piles in sand. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, Vol. 3, pp. 17-28.
- [12] Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded in soft clay. *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, USA, pp. 77-94.
- [13] Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1975). Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clays. *Offshore Technology Conference*, May 4-7, Houston, Texas, USA, pp. 671-686.
- [14] Parkes, J., Castelli, R., Zelenko, B., O'Connor, R., Montesi, M. and Godfrey, E. (2018). *Design, Analysis, and Testing of Laterally Loaded Deep Foundations that Support Transportation Facilities*, Federal Highway Administration, pp. 93-94.
- [15] Clausen, C.J.F. (1994). Documentation of computer program package for Structural/Pile/ Soil Interaction analysis. Engineering Documentation, Computer Program SPLICE.
- [16] API. (2000). Recommended practice for planning, designing, and constructing fixed offshore platforms Working stress design. 21st ed., API Publishing Services, Washington.
- [17] Reese, L.C. and Welch, R.C. (1975). Lateral loadings of deep foundations in stiff clay. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 101, No. 7, pp. 633-649.
- [18] Wesselink, B.D., Murff, J.D., Randolph, M.F., Nunez, I.L. and Hyden, A.M. (1988). Analysis of centrifuge model test data from laterally loaded piles in calcareous sand. *Engineering for Calcareous Sediments*, CRC Press, 1st ed., New Jersey.
- [19] Dyson, G.J. and Randolph, M.F. (2001). Monotonic lateral loading of piles in calcareous sand. *Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 127, No. 4, pp. 346-352.
- [20] Reese, L.C. (1997). Analysis of laterally loaded piles in weak rock. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 123, No. 11, pp. 1010-1017.
- [21] Lovera, A., Ghabezloo, S., Sulem, J., Randolph, M.F., Kham, M. and Palix, E. (2020). Pile response to multi-directional lateral loading using P-y curves approach. *Géotechnique*, Vol. 71, No. 4, pp. 288-298.