การออกแบบขนาดและรูปร่างของโครงถักสามมิติอย่างเหมาะสม ด้วยวิธีการปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค ร่วมกับแบบจำลองการถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน

A combined enhanced comprehensive learning particle swarm optimization with Gaussian process regression model for size and shape optimization of space trusses

วรัญญา เจริญยิ่ง*, อาณัติ สุธา และ เสวกชัย ตั้งอร่ามวงศ์

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จ.กรุงเทพมหานคร
**Corresponding author; E-mail address: 6470269621@student.chula.ac.th*

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอหนึ่งในเครื่องมือการเรียนรู้ของเครื่อง คือวิธีการถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน (Gaussian process regression, GPR) ร่วมกับอัลกอริทึมการปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค (Enhanced Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization, ECLPSO) เพื่อหาขนาดและรูปร่างที่เหมาะสมอย่างพร้อมกันของโครงถัก 3 มิติ ภายใต้แรงกระทำจากภายนอก เมื่อเทียบกับเทคนิคการออกแบบด้วยวิธีเมตา-ฮิวริสติก แนวทางนี้จะสามารถลดขั้นตอนในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้เวลานานได้ โดยเป็นการสร้างแบบจำลองการทำนายพฤติกรรมของโครงสร้าง จากชุดข้อมูลอินพุต เช่น ตำแหน่งพิกัดข้อต่อและขนาดชิ้นส่วน และข้อมูลเอาต์พุตที่สร้างโดยชุดข้อมูลการวิเคราะห์โครงสร้าง เช่น แรงภายในชิ้นส่วนและการเคลื่อนที่ของตำแหน่งข้อต่อ จากนั้นอัลกอริทึม ECLPSO จะดำเนินการร่วมกับแบบจำลอง GPR ที่มีการคาดคะเนการตอบสนองที่แม่นยำเพียงพอ ผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการที่นำเสนอ คือน้ำหนักรวมของโครงสร้างที่มีค่าต่ำที่สุด ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความแม่นยำและประสิทธิภาพของอัลกอริทึม

คำสำคัญ: การปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค, โครงถัก 3 มิติ, การเรียนรู้ของเครื่อง, การถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน, การปรับขนาดและรูปร่างอย่างเหมาะสม

Abstract

The paper proposes the combined machine learning-based, called Gaussian process regression (GPR), method with enhanced comprehensive learning particle swarm optimization (ECLPSO) algorithm to perform the simultaneous size and shape optimization of space trusses under applied forces. At variance with standard meta-heuristic design techniques, the approach advantageously by-passes the need to iteratively call the time-consuming finite element analyses for structural responses through the construction of the GPR predictive model. The model maps out the accurate structural behaviors from the sufficient input (i.e., nodal coordinates and member sizes) and output (member forces and nodal displacements) dataset generated by a series of structural analyses. The ECLPSO algorithm is then performed solely on the computed GPR model presenting the sufficiently accurate response predictions. The accuracy and robustness of the proposed method are illustrated through the designs of space trusses successfully solved, where the minimum total weight can be achieved.

Keywords: Enhanced comprehensive learning particle swarm optimization, Space trusses, Machine learning, Gaussian process regression, Size and shape optimization.

1. คำนำ

การปรับขนาดและรูปร่างของโครงถักให้เหมาะสมที่สุด (Size and shape truss structural optimization) หมายถึงการค้นหาวิธีที่ดีที่สุดในการลดต้นทุนของโครงสร้างด้วยการหาค่าเหมาะสมที่ทำให้โครงสร้างมีน้ำหนักน้อยที่สุด โดยในการศึกษานี้ได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค หรือ Enhanced Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization (ECLPSO) [1] ซึ่งเป็นหนึ่งในอัลกอริทึมเมตาฮิวริสติก (Metaheuristic algorithm) ที่ได้มีการปรับปรุงคุณสมบัติเพิ่มเติมจากอัลกอริทึมการหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค หรือ Particle swarm optimization (PSO) [2] โดยหลักการทำงานของอัลกอริทึม ECLPSO คือกระบวนการลองผิดลองถูก ที่ทำการค้นหาตำแหน่งของอนุภาคและทำซ้ำเพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุด สำหรับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของโครงถัก

จำเป็นต้องมีการตรวจสอบข้อจำกัดในการออกแบบของตัวแปรที่เลือกใช้ กล่าวคือจะต้องมีการวิเคราะห์โครงสร้างในทุกการวนซ้ำ ส่งผลให้ในปัญหาโครงสร้างที่มีความซับซ้อน เช่น โครงสร้างขนาดใหญ่ที่มีจำนวนชิ้นส่วนมาก โครงสร้างที่มีการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น หรือโครงสร้างที่เกี่ยวข้องกับระบบไดนามิก ซึ่งจำเป็นต้องมีการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นจำนวนหลายครั้ง

ดังนั้นในการศึกษานี้ได้มีการนำการเรียนรู้ของเครื่อง หรือ Machine Learning (ML) มาใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว โดยนำเสนอวิธีการถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน หรือ Gaussian Process Regression (GPR) ในการสร้างแบบจำลองตัวแทน (surrogate model) จากข้อมูลที่มีการรวบรวมไว้ และให้ข้อมูลผลลัพธ์ที่ดีที่สุดซึ่งได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ [3] ร่วมกับอัลกอริทึม ECLPSO เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของโครงถักโดยการปรับขนาดและรูปร่างของโครงถัก

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การออกแบบขนาดและรูปร่างของโครงถักอย่างเหมาะสม (Size and shape truss structural optimization)

การหาค่าเหมาะสมที่สุดของโครงถัก (Truss optimization) มีจุดประสงค์เพื่อลดต้นทุนของโครงสร้างให้เหลือน้อยที่สุดภายใต้ข้อจำกัดในการออกแบบคือ ค่าความเค้นสูงสุด (Ultimate strength) และ ข้อจำกัดด้านสภาวะการใช้งาน (Serviceability) โดยได้มีการปรับขนาดและรูปร่างของโครงถักให้เหมาะสมร่วมกันทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าการปรับขนาดหรือรูปร่างให้เหมาะสมเพียงอย่างเดียว และสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันน้ำหนักรวมของโครงสร้าง $W(X_A, X_G)$ ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปรสองประเภท ได้แก่ ตัวแปรขนาดหรือพื้นที่หน้าตัด (X_A) และตัวแปรรูปร่างหรือตำแหน่งพิกัดของข้อต่อ (X_G) [4] ในการปรับรูปร่างให้เหมาะสม เนื่องจากตำแหน่งของข้อต่อที่เปลี่ยนไปส่งผลให้ความยาวของชิ้นส่วนมีการเปลี่ยนแปลงซึ่งต้องนำมาใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างทุกครั้ง

ผลลัพธ์ของการหาค่าเหมาะสมที่สุดจะต้องอยู่ภายใต้ข้อจำกัดในการออกแบบดังที่ระบุไว้ข้างต้น ซึ่งการปรับแก้ข้อจำกัดในการออกแบบของแต่ละปัญหาสามารถทำได้โดยการกำหนดฟังก์ชันปรับแก้ (penalty function) ดังสมการต่อไปนี้ [5]

$$W' = W(X_A, X_G) \times (1 + C) \tag{1}$$

เมื่อ W' หมายถึง น้ำหนักรวมของโครงถักหลังการปรับแก้ข้อจำกัดในการออกแบบ และ C หมายถึง ผลรวมของค่าที่ใช้ในการปรับแก้ข้อจำกัดในการออกแบบ ซึ่งรวมถึงข้อจำกัดในด้านความเค้น สภาวะการใช้งาน และการโก่งเดาะ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2)

$$C = \sum_{i=1}^{n} C^i_{\sigma(buckling)} + \sum_{i=1}^{n} C^i_{\sigma} + \sum_{j=1}^{m} C^j_{\delta} \tag{2}$$

ค่าปรับแก้ข้อจำกัดการโก่งเดาะ (Buckling Constraint, $C^i_{\sigma(buckling)}$)

$$\left.\begin{aligned} C^i_{\sigma(buckling)} &= \left|\frac{\sigma^b_i - \sigma^b_{\max}}{\sigma^b_{\max}}\right| \quad \text{if } \sigma^b_i > \sigma^b_{\max} \\ C^i_{\sigma(buckling)} &= 0 \qquad\qquad\quad \text{if } \sigma^b_i \le \sigma^b_{\max} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

ค่าปรับแก้ข้อจำกัดความเค้น (Strength Constraint, C^i_{σ})

$$\left.\begin{aligned} C^i_{\sigma} &= \left|\frac{\sigma_i - \sigma_{\min}}{\sigma_{\min}}\right| \quad \text{if } \sigma_i < \sigma_{\min} \\ C^i_{\sigma} &= \left|\frac{\sigma_i - \sigma_{\max}}{\sigma_{\max}}\right| \quad \text{if } \sigma_i > \sigma_{\max} \\ C^i_{\sigma} &= 0 \qquad\qquad\quad \text{if } \sigma_{\min} \le \sigma_i \le \sigma_{\max} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

ค่าการปรับแก้ข้อจำกัดสภาวะการใช้งาน (Strength Constraint, C^j_{δ})

$$\left.\begin{aligned} C^j_{\delta} &= \left|\frac{\delta_j - \delta_{\min}}{\delta_{\min}}\right| \quad \text{if } \delta_j < \delta_{\min} \\ C^j_{\delta} &= \left|\frac{\delta_j - \delta_{\max}}{\delta_{\max}}\right| \quad \text{if } \delta_j > \delta_{\max} \\ C^j_{\delta} &= 0 \qquad\qquad\quad \text{if } \delta_{\min} \le \delta_j \le \delta_{\max} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

2.2 การถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน (Gaussian Process Regression Model)

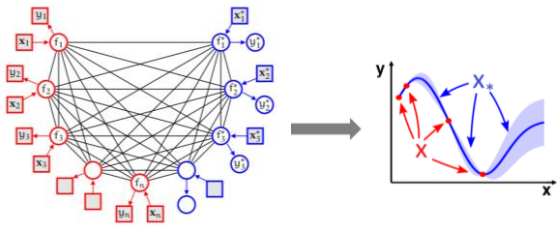
กระบวนการเกาส์เซียน หรือ Gaussian Processes (GPs) เป็นกระบวนการในการกำหนดการกระจายฟังก์ชันและเป็นการกำหนดการอนุมานที่เกิดขึ้นโดยตรงในพื้นที่ของฟังก์ชัน โดยเป็นหนึ่งในแบบจำลองตัวแทน (Surrogate Model) ซึ่งเป็นที่รู้จักและใช้กันอย่างแพร่หลายในการจำแนกประเภท (classification) และการถดถอย (regression) รวมทั้งในปัญหาต่าง ๆ

2.2.1 การถดถอย (Regression)

เป็นงานทั่วไปที่ใช้ในการอธิบายชุดของจุดข้อมูลด้วยการปรับฟังก์ชันให้แสดงถึงคุณลักษณะของจุดข้อมูลเหล่านี้ และใช้ฟังก์ชันดังกล่าวเพื่อดำเนินการคาดการณ์ที่จุดข้อมูลใหม่ [6] โดยเป็นปัญหาการเรียนรู้แบบมีผู้สอน (Supervised learning) ซึ่งเรียนรู้จากการประมวลผลข้อมูลนำเข้าไปยังข้อมูลส่งออกโดยกำหนดชุดข้อมูลการฝึก (training data) จำนวน N ชุด ดังสมการที่ (6)

$$D = (X, y) = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \ldots, N\} \tag{6}$$

เมื่อ $x_i \in \mathbb{R}^D$ หมายถึงเวกเตอร์ของตัวแปรนำเข้า ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของเมทริก $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times D}$ และ $y_i \in \mathbb{R}$ หมายถึง ตัวแปรส่งออกที่เกี่ยวข้อง ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของเวกเตอร์ $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$



รูปที่ 1 แบบจำลองการถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน

2.2.2 การทำนายค่าเป้าหมายด้วยกระบวนการเกาส์เซียน

ในการสร้างแบบจำลองการถดถอย เป็นการประยุกต์ใช้แบบจำลอง Bayesian regression model ร่วมกับสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน

(Gaussian noise) ε เพื่อหาฟังก์ชันที่เหมาะสม ซึ่งในกระบวนการดังกล่าวประกอบไปด้วยองค์ประกอบ 3 เทอมใหญ่ๆ ได้แก่

1. Prior คือการกำหนดฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น หรือ Probability Density Function ของตัวแปรเกาส์เซียนหลายตัวแปร และมีการกระจายแบบ Gaussian ที่มีค่า mean เท่ากับ 0

$$y = f(\mathbf{x}) + \varepsilon \; ; \; \varepsilon \sim N(0, \sigma_N^2) \tag{7}$$

เมื่อ y หมายถึงค่าเป้าหมายที่สังเกตได้ (observed target value)

2. Likelihood หรือ การกำหนดเซตข้อมูลใน prior ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมี covariance function คือ เมทริกซ์ $\mathbf{K}$ หรือ kernel ซึ่งในที่นี้ใช้การคำนวณแบบ squared exponential kernel

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \sim N_n \left(\begin{bmatrix} m(\mathrm{x}_1) = 0 \\ \vdots \\ m(\mathrm{x}_N) = 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_1) & \cdots & k(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\mathrm{x}_N, \mathrm{x}_1) & \cdots & k(\mathrm{x}_N, \mathrm{x}_N) \end{bmatrix} \right)$$

3. Posterior เป็นการทำนายฟังก์ชันที่ให้ค่าเอาต์พุตที่คาดหวัง จากข้อมูลทดสอบ (test data input) ซึ่งจะได้เป็นฟังก์ชันที่มีการปรับการกระจายตัวให้เข้ากับจุดข้อมูลที่ใช้ฝึกสอน

$$\begin{bmatrix} y_N \\ f(\mathrm{x}^*) \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} m_N \\ m(\mathrm{x}^*) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} K_N + \sigma_N^2 I & K^* \\ K^{*\mathrm{T}} & k(\mathrm{x}^*, \mathrm{x}^*) \end{bmatrix} \right)$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $p(f(\mathbf{x}^*) | y_N, X_N) \sim N(\mu^*, \Sigma^*)$ โดยสามารถหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนดังสมการที่ (8) และ (9)

$$\Sigma^* = k(\mathrm{x}^*, \mathrm{x}^*) - K^* \left[K_N + \sigma_N^2 \cdot \mathrm{I} \right]^{-1} K^{*\mathrm{T}} \tag{8}$$

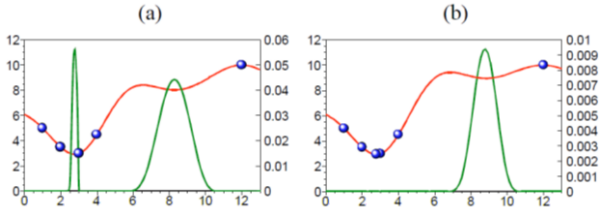
$$\mu^* = K^* \left[K_N + \sigma_N^2 \cdot \mathrm{I} \right]^{-1} y_N \tag{9}$$

2.3 การปรับปรุงที่คาดหวัง (Expected Improvement, EI)

การปรับปรุงที่คาดหวังเป็นหนึ่งในฟังก์ชันการเรียนรู้ที่ใช้ในการปรับปรุงประสิทธิภาพของแบบจำลอง GPR ด้วยการระบุไฮเปอร์พารามิเตอร์ถัดไป โดยมีหลักในการทำงานคือการหาตำแหน่งที่ให้ค่าสูงที่สุดของฟังก์ชัน (maximize function) ในสมการที่ (10) [7] และทำการเพิ่มจุดข้อมูลในตำแหน่งดังกล่าว เพื่อใช้ในการปรับปรุงชุดข้อมูลที่ใช้ในการฝึกสอนสำหรับแบบจำลอง GPR

$$EI(\mathrm{y}) = (\mathrm{W}_{op}(\mathrm{y}_*) - \mu_n(\mathrm{y}))\Phi\left(\frac{\mathrm{W}_{op}(\mathrm{y}_*) - \mu_n(\mathrm{y})}{\sigma_n(\mathrm{y})} \right) + \sigma_n(\mathrm{y})\phi\left(\frac{\mathrm{W}_{op}(\mathrm{y}_*) - \mu_n(\mathrm{y})}{\sigma_n(\mathrm{y})} \right) \tag{10}$$

เมื่อ Φ และ ϕ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมปกติมาตรฐานและฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นตามลำดับ



รูปที่ 2 การปรับปรุงชุดข้อมูลการฝึกสอนด้วยฟังก์ชัน EI

ใน**รูปที่** 2.a แสดงฟังก์ชันการปรับปรุง EI ในเส้นสีเขียว เมื่อทำการสุ่มข้อมูล 5 จุดตัวอย่าง จะเห็นว่าในจุดที่ x มีค่าเท่ากับ 2.8 ค่า EI ที่ได้จะมีค่ามากที่สุด จึงทำการเพิ่มจุดข้อมูลการฝึกสอนในตำแหน่งดังกล่าวดังรูป 2.b จากนั้นดำเนินการทำซ้ำเพื่อเพิ่มชุดข้อมูลในการฝึกสอน เพื่อเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพให้กับกระบวนการเกาส์เซียน

2.4 การปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค (Enhanced Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization, ECLPSO)

การหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค (Particle Swarm Optimization, PSO) เป็นการศึกษาและเลียนแบบพฤติกรรมหรือการเคลื่อนไหวของสัตว์โดยอัลกอริทึม PSO ใช้อนุภาคจำนวนมากเพื่อทำการแก้ปัญหาโดยการแบ่งปันข้อมูลของแต่ละอนุภาคให้กันและกันในทุกการทำซ้ำ [8] ต่อมาได้มีการพัฒนาอัลกอริทึมการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค (Comprehensive Learning PSO, CLPSO) [9] เพื่อเพิ่มความสามารถในการเรียนรู้และปรับปรุงคุณสมบัติในการสำรวจของอนุภาค และในปี 2014 ได้มีการเสนออัลกอริทึมการปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาค หรือ Enhanced Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization (ECLPSO) [1] ซึ่งอิงตามแนวคิดเดิมของอัลกอริทึม CLPSO แต่เพิ่มประสิทธิภาพในการค้นหาและสำรวจซึ่งทำให้สามารถให้ผลลัพธ์ที่ดีและมีความแม่นยำกว่า โดยสมการที่ (11) และ (12) ใช้ในการค้นหาและปรับปรุงตำแหน่งของอนุภาคให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุด

$$X_i^d = X_i^d + V_i^d \tag{11}$$

$$V_i^d = wV_i^d + c_1 r1_i^d \left(pbest_{fi(d)}^d - X_i^d \right) + c_2 r2_i^d \left(gbest^d - X_i^d \right) \tag{12}$$

เมื่อ X_i^d และ V_i^d หมายถึงตำแหน่งและความเร็วปัจจุบันของอนุภาค i, $r1_i^d$ และ $r2_i^d$ หมายถึงตัวเลขสุ่มที่มีค่าระหว่าง 0 และ 1, f_i หมายถึงดัชนีตัวอย่าง, $pbest_{fi(d)}^d$ หมายถึงตำแหน่งของอนุภาคที่ดีที่สุดที่ถูกกำหนดโดยดัชนีตัวอย่าง, $gbest^d$ หมายถึงตำแหน่งของอนุภาคที่ดีที่สุดของทุก ๆ อนุภาค, c_1 และ c_2 หมายถึงค่าคงที่ของความเร่ง ซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 2 และ w หมายถึงค่าถ่วงน้ำหนักแรงเฉื่อยซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.5

2.5.1 การค้นหาตามการก่อกวน (Perturbation-based Exploitation)

การค้นหาตามการก่อกวนมุ่งเน้นประสิทธิภาพไปที่การค้นหาและเพิ่มความแม่นยำของอัลกอริทึมด้วยการกำหนดเงื่อนไขในการค้นหาของอนุภาคตามขอบเขตล่าง $\underline{P_d}$ และ ขอบเขตบน $\overline{P_d}$ ของตำแหน่งที่ดีที่สุดของกลุ่มอนุภาค (Personal best position) โดยมีเงื่อนไขในการใช้การค้นหาตามการก่อกวนเมื่อสมการที่ (13) เป็นจริง ดังนั้นสมการความเร็วในการเคลื่อนที่ของอนุภาคจะถูกปรับปรุงดังสมการที่ (14)

$$\left. \begin{aligned} \overline{P_d} - \underline{P_d} \le \alpha \left(\overline{X_d} - \underline{X_d} \right) \\ \overline{P_d} - \underline{P_d} \le \beta \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

$$V_i^d = wV_i^d + c_1 r1_i^d \left(pbest_{f_i(d)}^d + \eta \left(\frac{\overline{P_d} - P_d}{2} - pbest_{f_i(d)}^d \right) - X_i^d \right) + c_2 r2_i^d \left(gbest^d - X_i^d \right) \quad (14)$$

เมื่อ α หมายถึงอัตราส่วนสัมพัทธ์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.01, β หมายถึง ขอบเขตสัมบูรณ์ ซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 2 และ η หมายถึงค่าสัมประสิทธิ์การก่อกวน ซึ่งสุ่มจากการแจกแจงแบบปกติโดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 และ 0.65 ตามลำดับ

2.5.2 ดัชนีตัวอย่าง (Exemplar Index)

เป็นดัชนีที่กำหนดว่าอนุภาคควรเรียนรู้ข้อมูลจากค่า Personal best ของอนุภาคใดซึ่งสามารถกำหนดค่าดัชนีตัวอย่างได้จากค่าความน่าเป็นในการเรียนรู้ตามขั้นตอนดังนี้

1. สร้างตัวเลขสุ่มในช่วง [0,1] และเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นในการเรียนรู้ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการที่ (15)

2. หากค่าความน่าจะเป็นในการเรียนรู้มีค่าน้อยกว่า ดัชนีตัวอย่างจะมีค่าเท่ากับอนุภาค i ในทางกลับกันหากค่าความน่าจะเป็นในการเรียนรู้มีค่ามากกว่า ดัชนีตัวอย่างจะมีการเลือกอนุภาคแบบสุ่มสองอนุภาคและดำเนินการต่อไป

3. เลือกค่าดัชนีตัวอย่างจากการเปรียบเทียบหาค่าความเหมาะสม (Fitness Value) ที่ดีที่สุด

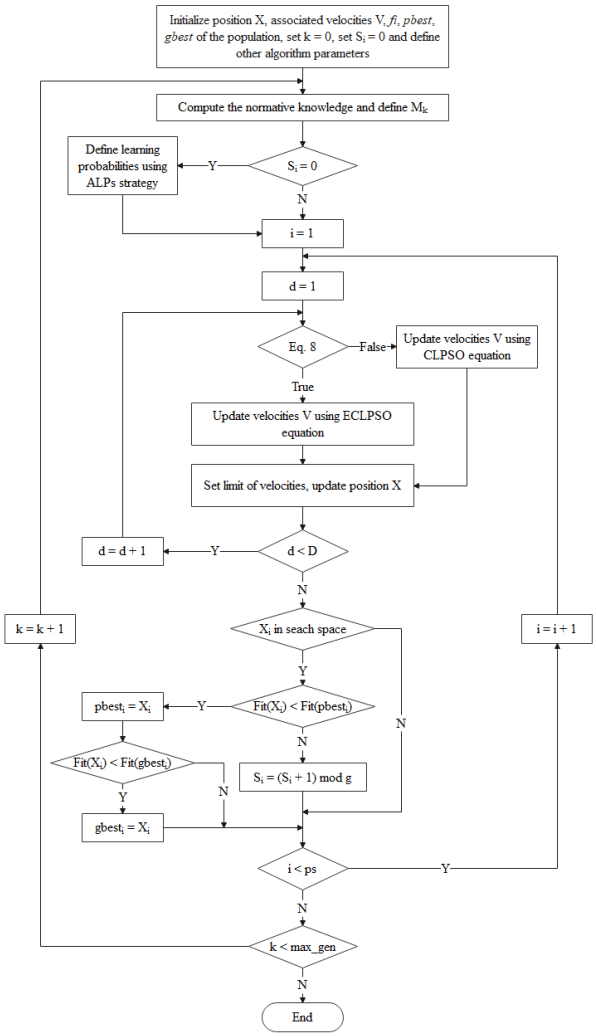
2.5.3 ความน่าจะเป็นในการเรียนรู้แบบปรับได้ (Adaptive Learning Probabilities)

ค่าความน่าจะเป็นในการเรียนรู้เป็นวิธีการที่สำคัญสำหรับการค้นหาดัชนีตัวอย่างของอัลกอริทึม โดยในอัลกอริทึม ECLPSO ได้มีการเสนอให้มีการปรับปรุงความน่าจะเป็นในการเรียนรู้ให้สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยใช้ข้อมูลในการจัดอันดับของอนุภาคที่ดีที่สุด (personal best) ดังสมการ

$$Pc_i = L_{\min} + \left(L_{\max} - L_{\min} \right) \frac{\exp\left(\frac{10\left(K_i - 1 \right)}{ps - 1} \right) - 1}{\exp(10) - 1} \quad (15)$$

$$L_{\max} = L_{\min} + 0.25 + 0.45 \log_{(D+1)} (M_k + 1) \quad (16)$$

เมื่อ $L_{\min}$ กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.05 และ M_k หมายถึง จำนวนมิติก่อนหรือระหว่างการวนซ้ำในครั้งที่ k เมื่อสมการที่ (13) เป็นจริง



รูปที่ 3 ผังการทำงานของอัลกอริทึม ECLPSO [10]

3. ตัวอย่างปัญหาการวิเคราะห์โครงสร้าง

ในการศึกษานี้ได้มีการเสนอตัวอย่างการหาค่าที่เหมาะสมของโครงถัก 3 มิติโดยการปรับขนาดและรูปร่างของโครงถักให้เหมาะสมร่วมกันเพื่อหาน้ำหนักน้อยที่สุดของโครงถักซึ่งสามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

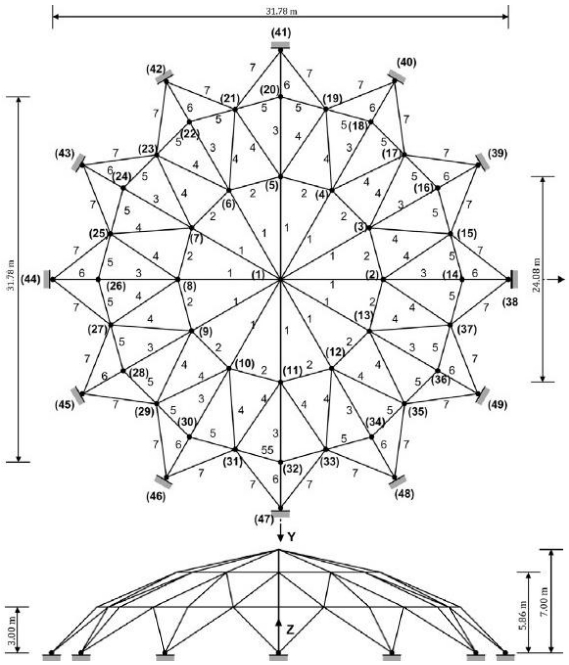
$$\left.\begin{aligned} &\text{find} && X \in R^{n+ng} = \{X_A, X_G\} \\ &\text{minimize} && W(X_A, X_G) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i L_i A_i \\ &\text{subject to} && \sigma_i^c \le \sigma_i \le \sigma_i^t \quad \text{for} \quad \forall i \in \{1,2,\ldots,n\} \\ & && \delta_{min} \le \delta_j \le \delta_{max} \quad \text{for} \quad \forall j \in \{1,2,\ldots,m\} \\ & && A_{min} \le A_i \le A_{max} \quad \text{for} \quad \forall i \in \{1,2,\ldots,n\} \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

เมื่อ W หมายถึงน้ำหนักรวมของโครงสร้างที่เป็นฟังก์ชันค่าความหนาแน่นของชิ้นส่วน ρ_i, L_i หมายถึงความยาวของชิ้นส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงจากการเปลี่ยนตำแหน่งพิกัดข้อต่อ และ A_i หมายถึงพื้นที่หน้าตัดของแต่ละชิ้นส่วน, m หมายถึงจำนวนขององค์อิสระ, n และ ng หมายถึงจำนวนตัวแปรขนาดและรูปร่างตามลำดับ, δ_j หมายถึง

ระยะการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งองศาอิสระที่ j และ σ_i หมายถึงความเค้นของชิ้นส่วน i

3.1 โครงถัก 3 มิติจำนวน 120 ชิ้นส่วน

ตัวอย่างการศึกษา การหาค่าที่เหมาะสมของโครงถัก 3 มิติ รูปทรงโดมจำนวน 120 ชิ้นส่วน รูปทรงสมมาตรดัง**รูปที่ 4** ภายใต้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function): $\min W(X_A, X_G) = \sum_{i=1}^{120} \rho_i L_i A_i$ ข้อมูลของโครงถัก ข้อจำกัดและแรงกระทำแสดงดัง**ตารางที่ 1** ถึง **ตารางที่ 3** คุณสมบัติของวัสดุประกอบไปด้วยค่าความหนาแน่นเท่ากับ 0.288 ปอนด์ต่อลูกบาศก์นิ้ว (lb/in^3) และโมดูลัสความยืดหยุ่นเท่ากับ 30,450 กิโลปอนด์ต่อตารางนิ้ว (ksi)



รูปที่ 4 โครงถัก 3 มิติ รูปทรงโดมจำนวน 120 ชิ้นส่วน

ตารางที่ 1 ข้อมูลของโครงถัก 3 มิติ รูปทรงโดมจำนวน 120 ชิ้นส่วน

ชนิดตัวแปร	ตัวแปร
Size variables:	Section 1 to 12: A_1 Section 13 to 24: A_2 Section 25 to 36: A_3 Section 37 to 60: A_4 Section 61 to 84: A_5 Section 85 to 96: A_6 Section 97 to 120: A_7
Shape variables:	Node 2 to 13: Z_2 Node 14 to 37: Z_3
Permissible size variables:	$A_i \in S = [0.155, 20]$ in^2
Limitation of shape variables (in):	Node 2 to 13: $166.85 \le Z_2 \le 226.85$ Node 14 to 37: $88.11 \le Z_3 \le 148.11$

ตารางที่ 2 ข้อจำกัดการออกแบบโครงถัก 3 มิติ รูปทรงโดมจำนวน 120 ชิ้นส่วน

ข้อจำกัด	เงื่อนไข
Stress constraints:	$\begin{cases} \sigma_i^t \le 35 \text{ (ksi)} \\ \lvert\sigma_i^c\rvert \le 25 \text{ (ksi)} \end{cases}, i = 1,2,...,120$
Displacement constraints:	$\delta_j^{(x,y,z)} \le 0.2$ in $, j = 1,2,...,37$

ตารางที่ 3 แรงกระทำบนโครงถัก 3 มิติ รูปทรงโดมจำนวน 120 ชิ้นส่วน

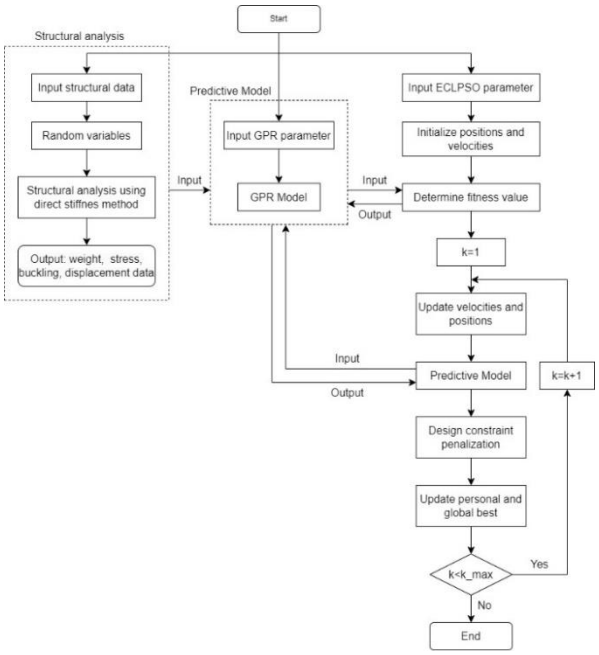
ตำแหน่ง	(kips)
Node 1	$F_z = 13.490$
Node 2 to 13	$F_z = 6.744$
Node 14 to 37	$F_z = 2.248$

4. ผลการศึกษา

4.1 อัลกอริทึมการปรับขนาดและรูปร่างเพื่อหาค่าที่เหมาะสม

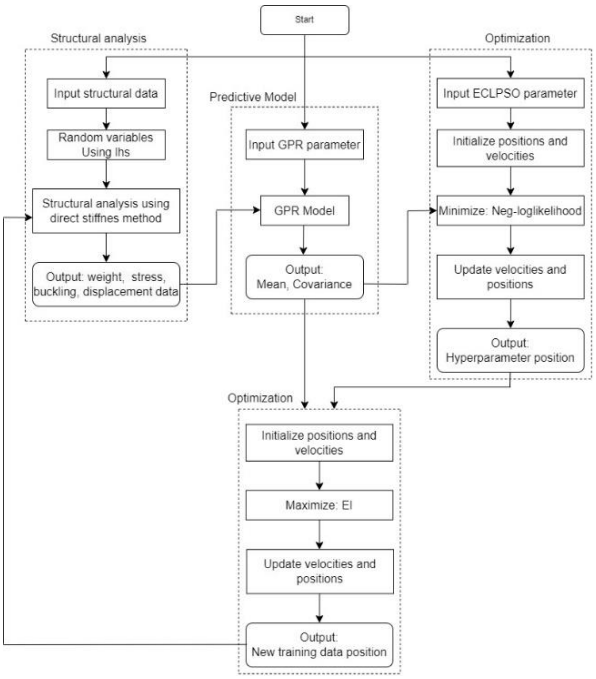
ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของโครงถักด้วยอัลกอริทึม GPR-ECLPSO แบ่งออกได้เป็น 2 อัลกอริทึมคือ

1. อัลกอริทึม GPR-ECLPSO ที่มีการใช้แบบจำลอง GPR ในการทำนายผลการวิเคราะห์โครงสร้างจากข้อมูลอินพุต เพื่อตรวจสอบข้อจำกัดในการออกแบบ และหาตำแหน่งที่ดีที่สุดโดยใช้อัลกอริทึม ECLPSO เพื่อหาขนาดและรูปร่างที่ทำให้โครงสร้างมีน้ำหนักน้อยที่สุด



รูปที่ 5 ผังการทำงานของอัลกอริทึม GPR-ECLPSO

2. อัลกอริทึม GPR-ECLPSO ที่มีการปรับปรุงด้วยฟังก์ชันการเรียนรู้ EI เป็นอัลกอริทึมที่เพิ่มประสิทธิภาพของแบบจำลองการทำนายโดยการใช้ฟังก์ชันการเรียนรู้การปรับปรุงที่คาดหวัง (Expected Improvement, EI) ในการสร้างจุดข้อมูลฝึกสอนใหม่ที่มีความแม่นยำสูง โดยอัลกอริทึม ECLPSO จะนำมาใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมเพื่อหาค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ และ ฟังก์ชันการเรียนรู้ EI



รูปที่ 6 ผังการทำงานของอัลกอริทึม GPR-ECLPSO ที่มีการปรับปรุงด้วยฟังก์ชัน EI

4.2 ผลลัพธ์ของโครงถัก 3 มิติ จำนวน 120 ชิ้นส่วน

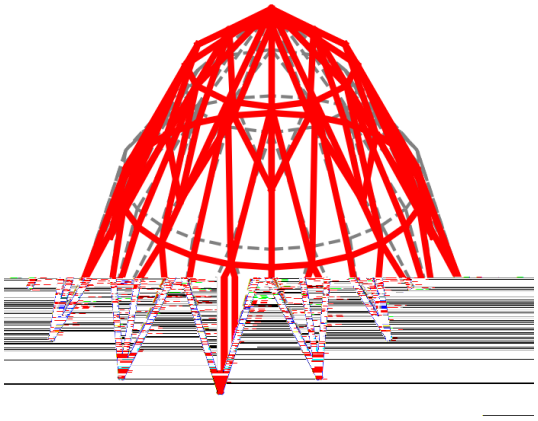
ทำการเปรียบเทียบตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบโครงสร้างที่เหมาะสมด้วยอัลกอริทึมพื้นฐานคือ ECLPSO และ อัลกอริทึมการทำงานร่วมกันของ GPR และ ECLPSO (GPR-ECLPSO) ได้ผลของตัวแปร และน้ำหนักรวมของโครงสร้าง ดัง**ตารางที่ 4** นำผลของตัวแปรที่ได้จากอัลกอริทึมมาทำการคำนวณซ้ำเพื่อตรวจสอบโดยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง เพื่อหาค่าระยะการเคลื่อนที่และความเค้น สูงสุดที่เกิดขึ้น ดัง**ตารางที่ 5**

ตารางที่ 4 ขนาดและรูปร่างที่เหมาะสมที่สุดของโครงถัก

ตัวแปร	ECLPSO	GPR-ECLPSO	
		Without EI	With EI
A1	1.17	1.53	1.21
A2	2.79	3.06	3.83
A3	1.64	1.95	1.76
A4	0.73	0.53	0.52
A5	0.21	0.69	2.78
A6	2.07	2.43	1.95
A7	0.82	1.08	1.07
N1	224.153	220.860	216.378
N2	102.606	97.969	98.713
Weight (lb)	7,917.26	9,290.66	8,501.64
FEA (Number)	6,000	600	600

ตารางที่ 5 ค่าระยะการเคลื่อนที่และแรงภายในที่มากที่สุดที่เกิดในโครงถัก

ผลลัพธ์	ECLPSO	GPR-ECLPSO	
		Without EI	With EI
ระยะการเคลื่อนที่ที่มากที่สุด (in)	0.1967	0.1975	0.1968
แรงภายในชิ้นส่วนที่มากที่สุด (ksi) (- แรงอัด, + แรงดึง)	-6.4855	-5.6654	-6.4203



รูปที่ 7 รูปทรงที่เหมาะสมที่สุดของโครงถัก 120 ชิ้นส่วน

5. บทสรุป

5.1 สรุปผลการวิจัย

การศึกษานี้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของการเพิ่มประสิทธิภาพการออกแบบขนาดและรูปร่างของโครงถักอย่างเหมาะสม โดยใช้อัลกอริทึมการปรับปรุงการเรียนรู้อย่างครอบคลุมเพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดของกลุ่มอนุภาคร่วมกับแบบจำลองการถดถอยของกระบวนการเกาส์เซียน (GPR-ECLPSO) วัตถุประสงค์ของการศึกษานี้คือการนำอัลกอริทึม GPR-ECLPSO ไปใช้กับโครงถัก 3 มิติภายใต้ข้อจำกัดด้านการออกแบบ คือข้อจำกัดความเค้นสูงสุดและข้อจำกัดด้านสภาวะการใช้งาน โดยทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับผลลัพธ์ที่ได้จากอัลกอริทึม ECLPSO มาตรฐาน

ในการแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึม GPR-ECLPSO ที่ไม่มีการปรับปรุงประสิทธิภาพด้วยฟังก์ชันการเรียนรู้ EI พบว่าผลลัพธ์การหาค่าที่เหมาะสมของน้ำหนักรวมของโครงถักมีค่ามากกว่า 17 % เมื่อเปรียบเทียบกับวิธี ECLPSO แต่มีจำนวนการวิเคราะห์โครงถักด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่น้อยกว่า ดังนั้นจึงได้มีการปรับปรุงประสิทธิภาพด้วยฟังก์ชันการเรียนรู้ EI พบว่าที่จำนวนการวิเคราะห์โครงถักที่เท่ากัน ค่าน้ำหนักรวมของโครงสร้างมีค่าลดลง แต่ยังให้ค่าที่สูงกว่าอัลกอริทึม ECLPSO มาตรฐานประมาณ 7%

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการแก้ปัญหาโครงสร้างที่มีความซับซ้อนที่จำเป็นต้องมีการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีความซับซ้อนมาก เช่น โครงสร้างขนาดใหญ่ที่มีจำนวนชิ้นส่วนมาก โครงสร้างที่มีการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น หรือโครงสร้างที่เกี่ยวข้องกับระบบไดนามิก การนำอัลกอริทึม GPR-ECLPSO มาปรับใช้กับปัญหาดังกล่าวจะช่วยลดขั้นตอนในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้เวลานานได้ โดยใช้การสร้างแบบจำลองการทำนายพฤติกรรมของโครงสร้าง

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนนงบประมาณวิจัยจากทุนวิศวกรรมโยธา 100 ปี และกองทุนรัชดาภิเษกสมโภช ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขอขอบคุณอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.เสวกชัย ตั้งอร่ามวงศ์ ที่ให้แรงบันดาลใจ ก่อให้เกิดหัวข้องานวิจัยชิ้นนี้ ทั้งยังให้คำแนะนำ ความรู้ และกำลังใจอันสำคัญกับผู้วิจัยตลอดระยะเวลาที่ผ่านมาและขอขอบคุณ นายอาณัติ สุธา นิสิตระดับปริญญาเอกที่คอยสนับสนุนผู้วิจัยอย่างเต็มที่ ทั้งได้ให้คำปรึกษาเกี่ยวกับกระบวนการวิจัย และการใช้โปรแกรมวิเคราะห์ออกแบบจนงานวิจัยนี้เสร็จสมบูรณ์

เอกสารอ้างอิง

[1] Yu, X., & Zhang, X. (2014). Enhanced comprehensive learning particle swarm optimization. *Applied Mathematics and Computation*, 242, pp.265-276.

[2] Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, November 1995, pp. 1942-1948

[3] Mai, H. T., Lee, S., Kim, D., Lee, J., Kang, J., & Lee, J. (2023). Optimum design of nonlinear structures via deep neural network-based parameterization framework. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 98, 104869.

[4] Van, T. H., Tangaramvong, S., Muong, S., & Van, P. T. (2022). Combined Gaussian Local Search and Enhanced Comprehensive Learning PSO Algorithm for Size and Shape Optimization of Truss Structures. *Buildings*, 12(11), 1976.

[5] Jawad, F. K., Mahmood, M., Wang, D., Osama, A.-A., & Anas, A.-J. (2021). Heuristic dragonfly algorithm for optimal design of truss structures with discrete variables. *Structures*, Elsevier Vol.29, pp.843-862

[6] Melo, J. (2012). Gaussian processes for regression: a tutorial. *Technical Report.*

[7] Jones, D. R., Schonlau, M., & Welch, W. J. (1998). Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global optimization*, 13(4), 455.

[8] Li, L.-J., Huang, Z., Liu, F., & Wu, Q. (2007). A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin connected structures. *Computers & structures*, 85(7-8), pp.340-349.

[9] Liang, J. J., Qin, A. K., Suganthan, P. N., & Baskar, S. (2006). Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 10(3), 281-295.

[10] Muong, S., Van, T. H., Van, C. N., & Tangaramvong, S. (2021). *Simultaneous Size and Shape Structural Optimization using Enhanced Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization.* Master' s thesis, Chulalongkorn University, Thailand.