ผลตอบสนองแบบไม่เป็นเชิงเส้นของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลเนื่องจากคลื่นทะเลและการไหลภายในท่อ

ภาคิน วัฒนอังกูร * ธนิยพรรธน์ ศรีมนตริภักดี[2] การันต์ คล้ายฉ่ำ[3] ชัยณรงค์ อธิสกุล[4] และ สมชาย ชูชีพสกุล[5]

[1,2,4,5] ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพมหานคร
[3] ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กำแพงแสน จ.นครปฐม
**Corresponding author; E-mail address: Pakin.wt@gmail.com*

บทคัดย่อ

ท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลเป็นท่อยืดหยุ่นที่ดัดตัวได้ซึ่งใช้ในการผลิตปิโตรเลียมนอกชายฝั่ง โดยใช้ประโยชน์ในการผลิตปิโตรเลียม และการลำเลียงของไหล ซึ่งท่อลำเลียงอาจอยู่ในสภาวะที่มีการเคลื่อนที่มากและมีผลตอบสนองทางพลศาสตร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้แรงกระทำจากสภาวะแวดล้อม จากการทบทวนวรรณกรรมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับท่อลำเลียงของไหลแบบไม่คงมีอยู่จำกัด บทความนี้นำเสนอผลตอบสนองแบบไม่เป็นเชิงเส้นของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลในสภาวะที่เกิดการเคลื่อนที่มาก โดยสมการการเคลื่อนที่พัฒนาขึ้นโดยใช้หลักการของงานและพลังงาน จากนั้นพัฒนาแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นเพื่อหาคำตอบเชิงตัวเลข โดยในการศึกษานี้ผลตอบสนองแบบไม่เป็นเชิงเส้นของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลคำนวณจากวิธีการอินทิเกรตตามเวลาด้วยวิธีการของ Newmark ซึ่งงานวิจัยนี้ได้นำเสนอผลกระทบของแอมพลิจูดของคลื่น ความถี่เชิงมุมของคลื่น ความเร็วของกระแสน้ำ และการไหลภายในท่อที่มีต่อผลตอบสนองแบบไม่เชิงเส้นของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเล ซึ่งพบว่าความถี่เชิงมุมของคลื่นมีผลต่อผลตอบสนองของท่อลำเลียงค่อนข้างมากทั้งในการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัส อย่างไรก็ดี ผลของแอมพลิจูดคลื่นและความถี่เชิงมุมของการไหลภายในไม่ค่อยส่งผลต่อผลตอบสนองของท่อลำเลียงมากนัก

คำสำคัญ: ผลตอบสนองแบบไม่เป็นเชิงเส้น, วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์, ท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเล, คลื่นทะเล, การไหลภายในท่อ

A marine riser is a flexible pipe used in offshore production. The application of the marine riser is in the form of production, and flow lines. According to environmental conditions, marine risers may experience large displacement and encounter with nonlinear dynamic responses. From literature review, there are a limit of research concerning riser transporting unstable flow. This paper presents the nonlinear response of marine risers while the riser undergoes large displacement. The equation of motion is derived based on the work-energy principle. The nonlinear finite element model formulation is then developed for solving the numerical results. In this study, the nonlinear responses of the marine riser are determined by using the Newmark time integration procedure. The effects of wave amplitude, wave frequency, current speed, and internal flow on the nonlinear response of marine risers are evaluated. It found that wave frequency would affect the response of riser quite a lot both in normal and tangential displacements. However, the effects of wave amplitude and frequency of the internal fluid rarely affect the response of riser.

Keywords: Nonlinear Responses, Finite element method, Marine riser, Ocean Wave, Internal Flow

บทนำ

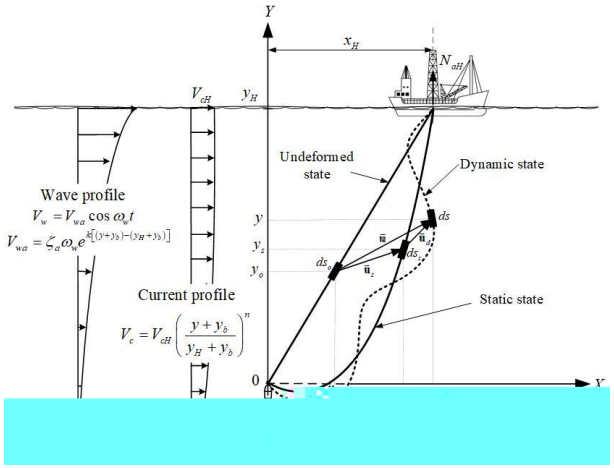
อุตสาหกรรมปิโตเลียมเป็นอุตสาหกรรมที่อยู่เบื้องหลังการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของหลายๆประเทศและเป็นแหล่งพลังงานที่สำคัญในการใช้เป็นเชื้อเพลิงในการคมนาคมขนส่ง ผลิตกระแสไฟฟ้า และใช้เป็นวัตถุดิบต่างๆ ในอุตสาหกรรมปิโตรเคมี ดังนั้นจึงจำเป็นต้องพัฒนาโครงสร้างนอกชายฝั่งสำหรับการขุดเจาะและขนถ่ายปิโตรเลียมให้มีความปลอดภัยต่อมนุษย์และสิ่งแวดล้อมที่อยู่บริเวณนั้น โดยวิธีที่ปลอดภัยที่สุดในการขนส่ง

เคลื่อนที่ของแท่นผลิตและกระแสน้ำในมหาสมุทร [7] Monprapussorn และคณะ [8] ได้ศึกษาพฤติกรรมที่สภาวะสมดุลสถิตและพลศาสตร์ของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลที่มีการไหลแบบไม่คงที่ พบว่าความเร่งของการไหลภายในทำให้ตำแหน่งสมดุลการสั่นของท่อลำเลียงเปลี่ยนตำแหน่งได้ การไหลแบบไม่คงที่ทำให้เกิดแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับท่อลำเลียงสูงขึ้น และความถี่เชิงมุมของการไหลภายในสามารถเปลี่ยนรูปแบบการสั่นของท่อลำเลียงได้ Klaycham และคณะ [9] ได้วิเคราะห์การสั่นด้วยแอมพลิจูดขนาดใหญ่ของท่อลำเลียงในทะเลน้ำลึกซึ่งมีของการไหลภายในแบบไม่คงที่ โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับสร้างสมการการเคลื่อนที่ และสติฟเนสเมทริกซ์ของท่อ จากนั้นใช้วิธีการ Newmark ในการอินทิเกรตสมการการเคลื่อนที่ร่วมกับการทำซ้ำโดยตรง ซึ่งพบว่าคลื่นทะเลมีผลต่อการเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงมากกว่าผลของการไหลภายใน อย่างไรก็ดี จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่ายังมีการศึกษาผลตอบสนองของท่อลำเลียงของไหลที่มีการไหลภายในแบบไม่คงที่ยังไม่มากนักและจำกัดเพียงบางสภาวะของแรงกระทำจากสภาพแวดล้อมทางทะเล งานวิจัยนี้จึงศึกษาผลตอบสนองแบบไม่เป็นเชิงเส้นของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลที่มีการไหลภายในแบบไม่คงที่และขยายผลเชิงลึกเพื่อศึกษาแรงกระทำต่างๆ ได้แก่ แอมพลิจูดคลื่น ความถี่เชิงมุมของคลื่น ความเร็วกระแสน้ำ และการไหลภายในท่อซึ่งตัวแปรที่ศึกษาคือความถี่เชิงมุมของการไหลเท่านั้น โดยใช้แบบจำลองจาก Klaycham [10] และวิเคราะห์ผลตอบสนองทางพลศาสตร์ตามพารามิเตอร์ต่างๆที่กล่าวไว้ข้างต้น ซึ่งสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์มาเป็นแนวทางในการออกแบบท่อลำเลียงและป้องกันความเสียหายของโครงสร้างได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาผลกระทบของแอมพลิจูดคลื่น ความถี่เชิงมุมของคลื่น ความเร็วกระแสน้ำ และการไหลภายในท่อต่อพฤติกรรมของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลโดยมีแรงดึงที่ปลายด้านบน (N_{aH}) ดังรูปที่ 1 กำหนดให้ท่อลำเลียงของไหลวางตัวในแนวระนาบ x-y จุดรองรับทั้งสองข้างของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลเป็นแบบยึดหมุน (Hinge) โดยที่ปลายบนของท่อลำเลียงอยู่ที่พิกัด $x = x_H$ และ $y = y_H$ ตัวแปร y_b คือ ระยะจากจุดรองรับด้านล่างถึงท้องทะเล และมีความเร็วคลื่น (V_w) กับกระแสน้ำ (V_c) กระทำกับท่อลำเลียง ซึ่งงานวิจัยนี้ไม่พิจารณาปฏิสัมพันธ์ระหว่างท่อลำเลียงและท้องน้ำ

โดยการวิเคราะห์หาผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลโดยมีแรงดึงที่ปลายด้านบนจำเป็นต้องหาการวางตัวของท่อลำเลียงในสภาวะสมดุลสถิตก่อน โดยผลตอบสนองทางพลศาสตร์เป็นการสั่นรอบตำแหน่งการวางตัวของท่อลำเลียงที่สภาวะสมดุลสถิต ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์แบบไม่เป็นเชิงเส้นในการหาตำแหน่งท่อลำเลียงในสภาวะสมดุลที่พัฒนาขึ้นโดย Klaycham [10]



รูปที่ 1 ลักษณะการวางตัวของท่อลำเลียงในสภาวะสมดุล

2.1 สมการการเคลื่อนที่

สมการการเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงพัฒนาขึ้นโดยใช้หลักการของงานและพลังงาน โดยพิจารณาพลังงานความเครียดที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเสียรูปในแนวแกน สติฟเนสต้านการดัด และงานภายนอกที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงกระทำของคลื่น กระแสน้ำ และแรงเฉื่อยของท่อลำเลียง จากนั้นใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ในการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขโดยแบ่งเอลิเมนต์ย่อยของท่อลำเลียงของไหลใต้ทะเลตามพิกัดในแนวราบ โดยสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงดังนี้

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{D}}_d\}+[[\mathbf{C}]+[\mathbf{G}]]\{\dot{\mathbf{D}}_d\}+[\mathbf{K}]\{\mathbf{D}_d\}=\{\mathbf{F}\} \quad (1)$$

เมื่อ $\{\mathbf{D}_d\}=\sum_{i=1}^{nelem}\{\mathbf{d}_d\}$, $\{\dot{\mathbf{D}}_d\}$ และ $\{\ddot{\mathbf{D}}_d\}$ คือ เวกเตอร์ของการเคลื่อนที่ ความเร็ว และความเร่งของจุดต่อขั้วตามลำดับ โดยที่เมทริกซ์ $[\mathbf{M}]$ $[\mathbf{C}]$ $[\mathbf{G}]$ และ $[\mathbf{K}]$ คือเมทริกซ์มวล เมทริกซ์ความหน่วง เมทริกซ์ไจโรสโคปิก และสติฟเนสเมทริกซ์ของท่อ ตามลำดับ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$[\quad] \qquad [\quad] \quad (\qquad\qquad^{*}) \begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{matrix} [\quad] \qquad (2)$$

โดยสัญลักษณ์ ( ) คืออนุพันธ์เทียบกับตัวแปร x_s โดยที่ x_s และ y_s คือพิกัดระบุตำแหน่งของท่อลำเลียงที่สภาวะสมดุลสถิต $[\mathbf{N}_d]$ คือเมทริกซ์ของฟังก์ชันรูปร่างพหุนามดีกรี 5 ตัวแปร $s_s' = \sqrt{1+x_s'^2}$ คืออนุพันธ์ของความยาวส่วนโค้งที่สภาวะสมดุลสถิต $m_P = \rho_P A_P$ และ $m_i = \rho_i A_i$ คือมวลต่อความยาวของท่อลำเลียงและของไหลภายในตามลำดับ เมื่อ $_P$ และ $_i$ คือ ความหนาแน่นของท่อลำเลียงและของไหลภายในตามลำดับ A_P คือพื้นที่หน้าตัดของท่อลำเลียง $C_a^* = \rho_e A_e C_a$ คือมวลส่วนเพิ่มเนื่องจาก

การสั่นในน้ำ เมื่อ C_a คือสัมประสิทธิ์มวลเพิ่มเนื่องจากน้ำ $_e$ คือความหนาแน่นของน้ำ A_e และ A_i คือพื้นที่หน้าตัดภายนอกและภายในของไหลของท่อ

$$[\mathbf{C}] = \sum_{i=1}^{nelem} \int_0^l \left\{ [\mathbf{N}_d]^T s_s' \begin{bmatrix} C_{eqx}^* & C_{eqxy}^* \\ C_{eqxy}^* & C_{eqy}^* \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d] \right\} dx_s \quad (3)$$

ตัวแปร C^*_{eqx} และ C^*_{eqy} คือสัมประสิทธิ์แรงหน่วงในทิศทาง x และ y ตามลำดับ C^*_{eqxy} คือสัมประสิทธิ์คู่ควบเทียบเท่าแรงหน่วงในระนาบ x-y เมทริกซ์โจโรสโคปิกสามารถคำนวณได้โดย

$$[\mathbf{G}] = \sum_{i=1}^{nelem} \int_0^l \left\{ [\mathbf{N}_d]^T m_i V_{is} \begin{bmatrix} 2 - \frac{x_s'^2}{s_s'^2} & -\frac{x_s' y_s'}{s_s'^2} \\ -\frac{x_s' y_s'}{s_s'^2} & 2 - \frac{y_s'^2}{s_s'^2} \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d'] \right\} dx_s \quad (4)$$

ตัวแปร V_{is} คือ ความเร็วของไหลภายในที่สภาวะสมดุลสถิต ส่วนสติฟเนสเมทริกซ์รวมสามารถหาได้ดังนี้

$$[\mathbf{K}] = \sum_{i=1}^{nelem} \{ [_{a1}\mathbf{k}] + [_{a2}\mathbf{k}] + [_{b1}\mathbf{k}] + [_{b2}\mathbf{k}] \} \quad (5)$$

โดยเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้องหาได้ดังนี้

$$[_{a1}\mathbf{k}] = \int_0^l \left(\begin{array}{l} [\mathbf{N}_d']^T \left(\frac{N_{as} - m_i V_{is}^2}{s_s'} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d'] \\ + [\mathbf{N}_d']^T \left(\frac{EA_P}{s_s'^3} \right) \begin{bmatrix} 1 & y_s' \\ y_s' & y_s'^2 \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d'] \end{array} \right) dx_s \quad (6)$$

ตัวแปร N_{as} คือแรงดึงในแนวแกน

$$[_{a2}\mathbf{k}] = \int_0^l \left([\mathbf{N}_d]^T \frac{m_i V_{is} V_{is}'}{s_s'^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d'] \right) dx_s \quad (7)$$

$$[_{b1}\mathbf{k}] = \int_0^l \left([\mathbf{N}_d''] \left(\frac{B}{s_s'^5} \right) \begin{bmatrix} y_s'^2 & -y_s' \\ -y_s' & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d''] \right) dx_s \quad (8)$$

โดย $B = EI_P$ คือโมเมนต์ต้านทานแรงดัด เมื่อ E คือโมดูลัสยืดหยุ่นของท่อลำเลียง และ I_P คือโมเมนต์ความเฉื่อยของท่อลำเลียง

$$[_{b2}\mathbf{k}] = \int_0^l \left([\mathbf{N}_d']^T \left(\frac{B\kappa}{s_s'^4} \right) \begin{bmatrix} 2y_s' & y_s'^2 - 1 \\ y_s'^2 - 1 & -2y_s' \end{bmatrix} [\mathbf{N}_d''] \right) dx_s \quad (9)$$

เมื่อ $\kappa = (x''y' - x'y'')/s_s'^3$ คือความโค้งของท่อลำเลียง และ $\{\mathbf{F}\}$ คือเวกเตอร์ของแรงจากกระแสน้ำ คลื่น และของไหลภายในซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\{\mathbf{F}\} = \sum_{i=1}^{nelem} \int_0^l [\mathbf{N}_d]^T s_s' \left\{ \begin{array}{l} C_{Dx}^* (2V_c V_w + V_w^2) + C_M^* \dot{V}_w - \frac{m_i}{s_s'} \frac{dV_{id}}{dt} \\ C_{Dxy1}^* (2V_c V_w + V_w^2) - \frac{m_i y_s'}{s_s'} \frac{dV_{id}}{dt} \end{array} \right\} dx_s \quad (10)$$

โดยตัวแปร C^*_{Dx} คือ สัมประสิทธิ์แรงลากเทียบเท่าในทิศทาง x C^*_{Dxy1} คือสัมประสิทธิ์แรงลากคู่ควบเทียบเท่าในระนาบ x-y เมื่อ $C^*_M = \rho_e A_e C_M$ คือสัมประสิทธิ์แรงเฉื่อยเทียบเท่า เมื่อ $C_M = C_a + 1$ คือสัมประสิทธิ์ความเฉื่อย และ $V_{id} = a_{io}t + V_{ia}\cos\omega_i t$ คือความเร็วพลศาสตร์ของของไหลภายใน เมื่อ a_{io} คือความเร่งของการไหลแบบไม่คงที่ V_{ia} คือแอมพลิจูดของความเร็วของไหลภายในแบบไม่คงที่ และ $_i$ คือความถี่เชิงมุมของการไหลภายใน ส่วนตัวแปร V_c คือความเร็วของกระแสน้ำสามารถหาได้ดังนี้

$$V_c = V_{cH} \left(\frac{y_s + y_b}{y_H + y_b} \right)^n \quad (11)$$

ตัวแปร V_{cH} คือความเร็วกระแสน้ำที่ระดับผิวน้ำ ตัวแปร n มีค่าเท่ากับ 1/7 สามารถดูรายละเอียดได้จากงานของ Klaycham [10] V_w คือความเร็วของอนุภาคน้ำที่เคลื่อนที่เนื่องจากคลื่น จากทฤษฎีคลื่นเชิงเส้น (Linear wave theory) ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

$$V_w = V_{wa}\cos\omega_w t \quad (12)$$

โดย $_w$ คือความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำ ส่วน $V_{wa} = V_{wa}(y)$ คือแอมพลิจูดของความเร็วของคลื่นจะเปลี่ยนแปลงตามระดับในแนวดิ่งซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$V_{wa} = \zeta_a \omega_w e^{k[(y_s + y_b) - (y_H + y_b)]} \quad (13)$$

ตัวแปร $_a$ คือแอมพลิจูดคลื่น และ $k = \omega_w^2 / g$ คือเลขคลื่น เมื่อ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

จากสมการที่ (1) เป็นสมการการเคลื่อนที่แบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งสามารถนำไปวิเคราะห์หาผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของท่อลำเลียง โดยใช้กระบวนการอินทิเกรตตามเวลาของ Newmark ร่วมกับการทำซ้ำโดยตรงในการคำนวณหาผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของท่อ ซึ่งกำหนดระยะห่างของ

แต่ละขั้นเวลาเท่ากับ 0.005 วินาที และวิเคราะห์ช่วง 50 วินาทีขึ้นไปเพื่อท่อลำเลียงจะได้อยู่ในช่วงคงตัว โดยกำหนดให้ γ =1/2 และ β =1/4 สำหรับการอินทิเกรตแบบความเร่งเฉลี่ยคงที่

ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

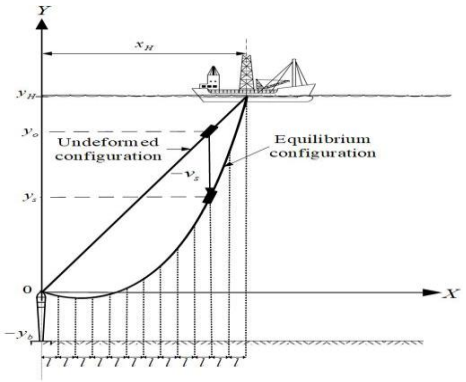
3.1 การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเชิงตัวเลข

เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเชิงตัวเลขที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การศึกษานี้ได้ใช้สมการคาทีนารี (Catenary equation) เพื่อวิเคราะห์และเปรียบเทียบลักษณะการวางตัวของท่อลำเลียงที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$y = \frac{N_H}{W_a}\left(\cosh\frac{W_a x}{N_H} - 1\right) \qquad (14)$$

โดย $N = N_H + W_a y$ ตัวแปร N คือแรงดึงที่ตำแหน่งใด ๆ ตามพิกัดในแนวดิ่ง N_H คือแรงดึงในแนวราบของท่อลำเลียง $W_a = \left(m_p + m_i - m_e\right)g$ คือน้ำหนักของท่อลำเลียงต่อหนึ่งหน่วยความยาว ตัวแปร $m_e = \rho_e A_e$ คือมวลต่อความยาวของไหลภายนอก x และ y คือพิกัดในแนวราบและแนวดิ่งของท่อลำเลียงตามลำดับ

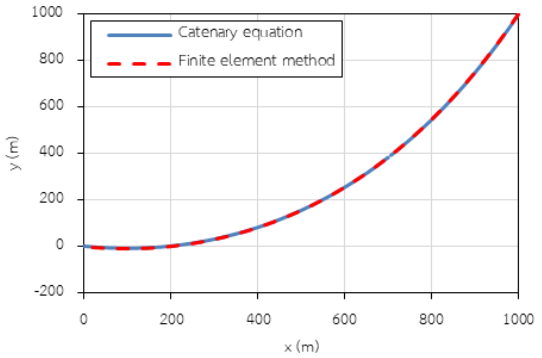
ซึ่งในการวิเคราะห์จะแบ่งชิ้นส่วนย่อยของท่อลำเลียงออกเป็น 40 เอลิเมนต์ที่มีระยะช่วงพาดในแนวราบที่เท่ากันดังรูปที่ 2 และใช้ข้อมูลตามตารางที่ 1 (ตัวอย่างที่ 1) จากผลการวิเคราะห์ท่อลำเลียงที่สภาวะสมดุลสถิตด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เทียบกับสมการคาทีนารีได้แสดงดังรูปที่ 3 พบว่าการวางตัวของท่อลำเลียงมีค่าใกล้เคียงกัน



รูปที่ 2 การแบ่งเอลิเมนต์ของท่อลำเลียงตามแนวราบ

ตารางที่ 1 ข้อมูลของท่อลำเลียงที่ใช้ในการวิเคราะห์

พารามิเตอร์	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2
โมดูลัสยืดหยุ่น, E (นิวตัน/ตารางเมตร)	2.07×10^{11}	2.07×10^{11}
เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของท่อลำเลียง, D_e (เมตร)	0.26	0.26
เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อลำเลียง, D_i (เมตร)	0.20	0.20
ความหนาแน่นของท่อลำเลียง, $_P$ (กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร)	7850	7850
ความหนาแน่นน้ำ, $_e$ (กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร)	1025	1025
ความหนาแน่นของไหลภายใน, $_i$ (กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร)	998	998
ความลึกน้ำ, y_H (เมตร)	1000	1000
ระยะเยื้องในแนวราบจากปลายบนถึงปลายล่าง, x_H (เมตร)	1000	1000
ระยะจากจุดรองรับด้านล่างถึงท้องทะเล, y_b (เมตร)	-	25
แรงดึงที่ปลายบน, N_{aH} (นิวตัน)	2200000	2200000
ความเร็วของไหลภายใน, V_{io} (เมตร/วินาที)	-	2.0
ความเร็วกระแสน้ำที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง, V_{cH} (เมตร/วินาที)	-	0.5
สัมประสิทธิ์แรงลากในแนวตั้งฉากท่อลำเลียง, C_{Dn}	0.70	0.70
สัมประสิทธิ์แรงลากในแนวแกนท่อลำเลียง, C_{Dt}	0.03	0.03
สัมประสิทธิ์มวลเพิ่มเนื่องจากน้ำ, C_a	1.0	1.0
แอมพลิจูดคลื่น, $_a$ (เมตร)	-	5.0
ความถี่เชิงมุมของคลื่น, $_w$ (เรเดียน/วินาที)	-	0.6283
ความถี่เชิงมุมของไหลภายใน, $_i$ (เรเดียน/วินาที)	-	0.6283
ความเร่งของการไหลแบบไม่คงที่, a_{io}(เมตร/วินาที^{2})	-	1.0
แอมพลิจูดความเร็วของการไหลแบบไม่คงที่, V_{ia} (เมตร/วินาที)	-	0.5



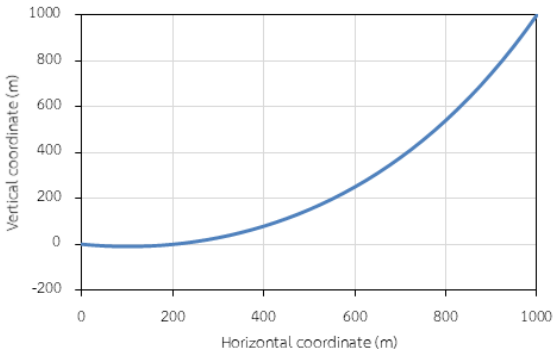
รูปที่ 3 เปรียบเทียบการวางตัวของท่อลำเลียงจากสมการคาทีนารีและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3.2 สภาวะสมดุลสถิตและความถี่ธรรมชาติของท่อลำเลียง

ในการวิเคราะห์หาผลตอบสนองของท่อลำเลียงของไหลจำเป็นต้องวิเคราะห์หาการวางตัวของท่อลำเลียงที่สภาวะสมดุลสถิตก่อน โดยใช้ข้อมูลตามตารางที่ 1 (ตัวอย่างที่ 2) ซึ่งพารามิเตอร์ที่กำหนดมาจากงานวิจัยในอดีต และการเก็บข้อมูลที่สืบค้นได้จากข้อมูลออนไลน์ จากนั้นนำไปวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และแก้ปัญหาค่าเจาะจง (Eigenvalue problem) ของสมการที่ (1) โดยไม่พิจารณาเมทริกซ์ความหน่วง $[\mathbf{C}]$ และเวกเตอร์ของแรง $\{\mathbf{F}\}$ เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของท่อ โดยลักษณะการวางตัวของท่อลำเลียงในสภาวะสมดุลสถิตแสดงดังรูปที่ 4 และความถี่ธรรมชาติ 5 โหมดแรกแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ความถี่ธรรมชาติ 5 โหมดแรกของท่อลำเลียง

ความถี่ธรรมชาติ (เรเดียนต่อวินาที)				
โหมดที่ 1 ($_1$)	โหมดที่ 2 ($_2$)	โหมดที่ 3 ($_3$)	โหมดที่ 4 ($_4$)	โหมดที่ 5 ($_5$)
0.2311	0.3803	0.5329	0.6734	0.8191



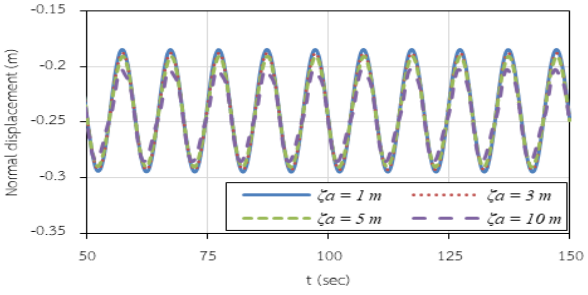
รูปที่ 4 การวางตัวของท่อลำเลียงที่สภาวะสมดุลสถิต

3.3 ผลของคลื่น

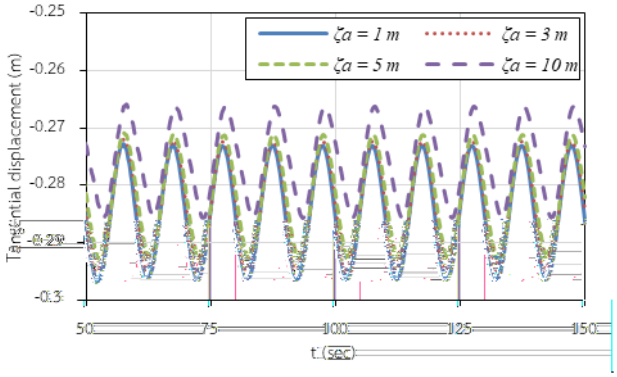
เพื่อศึกษาผลของแอมพลิจูดของคลื่นน้ำโดยใช้ข้อมูลตามตารางที่ 1 (ตัวอย่างที่ 2) โดยได้กำหนดแอมพลิจูดของคลื่นน้ำเท่ากับ $_a$ = 1.0, 3.0, 5.0 และ 10.0 เมตร ตามลำดับ

จากผลการวิเคราะห์ประวัติเวลาการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่พิกัด x_s = 500 m โดยกำหนดค่าแอมพลิจูดของคลื่นน้ำต่างกัน พบว่าการเคลื่อนที่ของท่อเป็นแบบฮาร์มอนิกเนื่องจากความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำกับความถี่เชิงมุมของไหลภายในมีค่าเท่ากัน เมื่อแอมพลิจูดของคลื่นน้ำเพิ่มขึ้นการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสลดลงเล็กน้อยดังรูปที่ 5 และ 6 เนื่องจากมีแรงกระทำจากของไหลภายในซึ่งมีเฟสไม่ตรงกันกับแรงจากคลื่น จึงทำให้แรงทั้ง 2 นี้หักล้างกัน ทำให้การเคลื่อนที่บางตำแหน่งของท่อลำเลียงไม่สามารถแสดงผลของแอมพลิจูดคลื่นได้อย่างชัดเจน ขณะที่ตำแหน่งอื่นผลของแอมพลิจูดคลื่นทำให้แรงที่เกิดจากความเร็วอนุภาคน้ำเนื่องจากคลื่นเพิ่มขึ้นและทำให้มีการเคลื่อนที่มากขึ้น

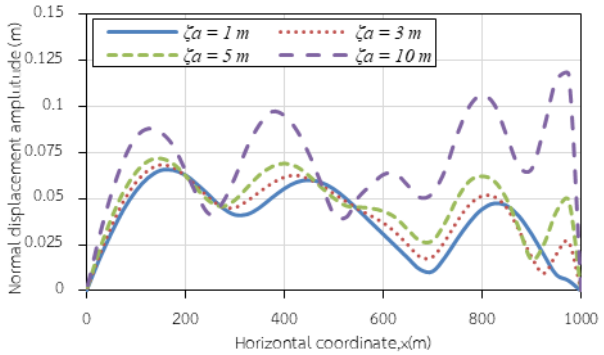
จากรูปที่ 7 และ 8 แสดงแอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่าง ๆ ตามลำดับ พบว่าเมื่อแอมพลิจูดของคลื่นน้ำเพิ่มขึ้นทำให้แอมพลิจูดการสั่นมีค่ามากขึ้น



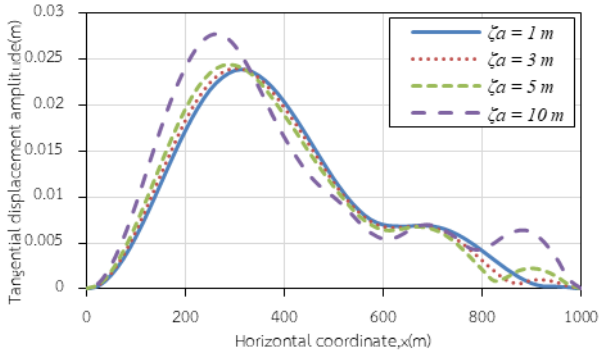
รูปที่ 5 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลาง



รูปที่ 6 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวสัมผัสกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลาง



รูปที่ 7 แอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่าง ๆ



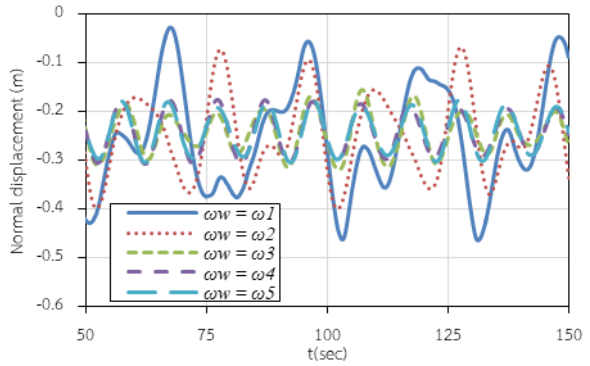
รูปที่ 8 แอมพลิจูดการสั่นในแนวสัมผัสกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่าง ๆ

ในการศึกษาผลของความถี่เชิงมุมของคลื่นได้กำหนดความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำเท่ากับ $_w$ = 0.2311, 0.3803, 0.5329, 0.6734 และ 0.8192 เรเดียนต่อวินาที (สอดคล้องกับความถี่ธรรมชาติโหมดที่ 1 – 5 ตามลำดับ)

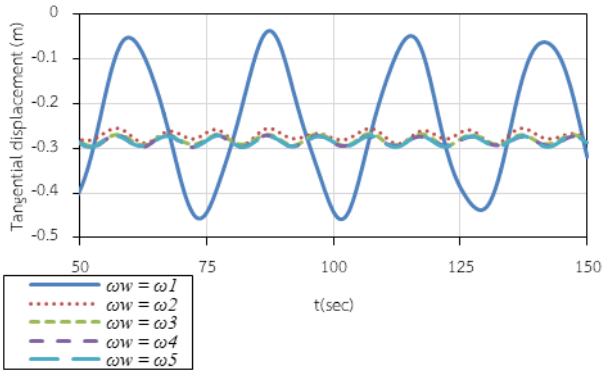
จากการวิเคราะห์ผลดังรูปที่ 9 และ 10 ได้แสดงประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากและแนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำต่างกัน พบว่าการเคลื่อนที่เป็นแบบบีตส์เนื่องจาก

ความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำกับความถี่เชิงมุมของไหลภายในมีค่าต่างกัน โดยเมื่อความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำเท่ากับความถี่ธรรมชาติของท่อในโหมดที่ 1 ส่งผลให้มีการเคลื่อนที่มากที่สุดทั้งในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัส ในขณะที่โหมดอื่นมีค่าต่ำกว่า

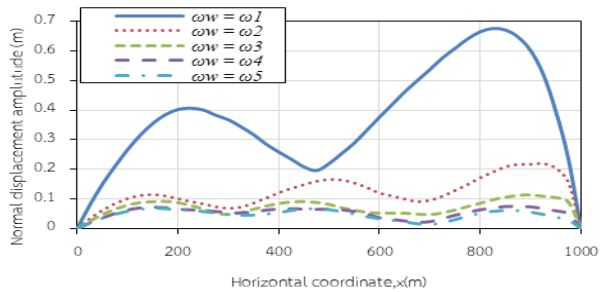
รูปที่ 11 และ 12 แสดงแอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อมีความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำต่างกันตามลำดับ โดยความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำเท่ากับความถี่ธรรมชาติของท่อในโหมดที่ 1 มีค่าแอมพลิจูดสูงที่สุด ในขณะที่โหมดอื่นมีค่าต่ำกว่าและมีค่าใกล้เคียงกัน



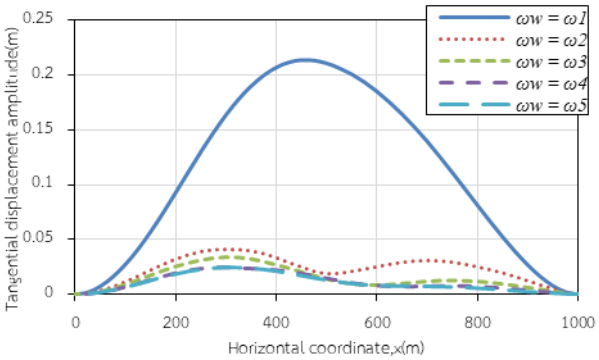
รูปที่ 9 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำต่างกัน



รูปที่ 10 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวสัมผัสกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำต่างกัน



รูปที่ 11 แอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อมีความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำต่างกัน



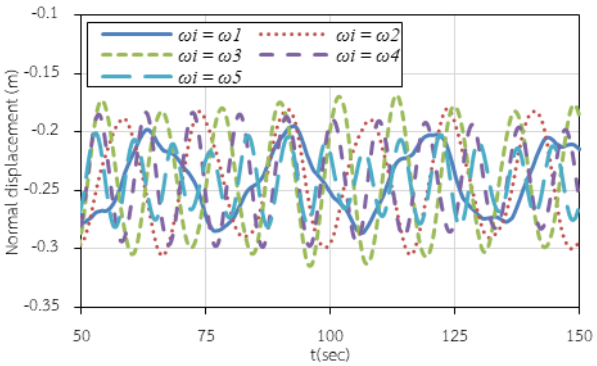
รูปที่ 12 แอมพลิจูดการสั่นในแนวสัมผัสกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อมีความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำต่างกัน

3.4 ผลของของไหลภายใน

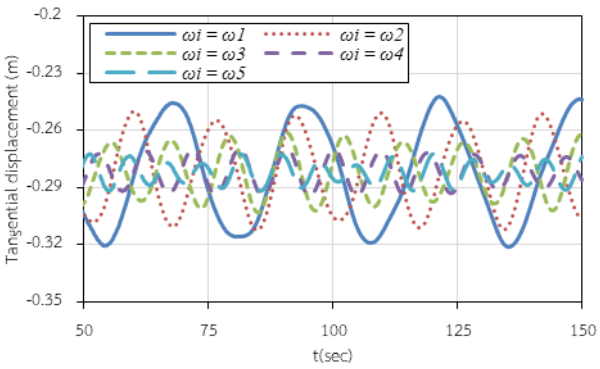
ในการศึกษาผลของของไหลภายในใช้ข้อมูลตามตารางที่ 1 (ตัวอย่างที่ 2) และกำหนดความถี่เชิงมุมของไหลเท่ากับ $_i$ = 0.2311, 0.3803, 0.5329, 0.6734 และ 0.8192 เรเดียนต่อวินาที (สอดคล้องกับความถี่ธรรมชาติโหมดที่ 1 – 5 ตามลำดับ)

จากผลการวิเคราะห์ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากและแนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความถี่เชิงมุมของไหลภายในต่างกัน พบว่าการเคลื่อนที่เป็นแบบบีตส์เนื่องจากความถี่เชิงมุมของคลื่นน้ำกับความถี่เชิงมุมของไหลภายในมีค่าต่างกัน เมื่อความถี่เชิงมุมของไหลภายในเปลี่ยนแปลงไปแต่การเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากของท่อลำเลียงยังมีค่าใกล้เคียงกันดังรูปที่ 13 แต่การเคลื่อนที่ในแนวสัมผัสของท่อลำเลียงยังมีค่าลดลงตามความถี่เชิงมุมของไหลภายในที่เพิ่มขึ้นดังรูปที่ 14

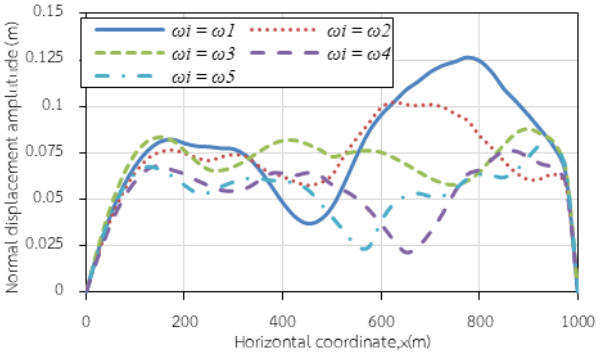
รูปที่ 15 และ 16 แสดงแอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อมีความถี่เชิงมุมของไหลภายในต่างกันตามลำดับ พบว่าเมื่อความถี่เชิงมุมของไหลภายในมีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลให้แอมพลิจูดการสั่นมีค่าลดลง จากผลการวิเคราะห์พบว่าความถี่เชิงมุมของการไหลภายในมีผลต่อแอมพลิจูดการสั่นเล็กน้อย



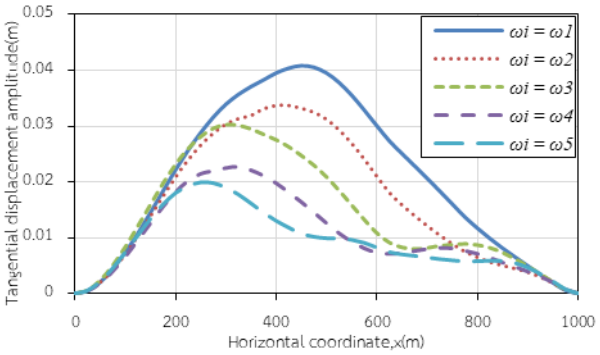
รูปที่ 13 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความถี่เชิงมุมของไหลภายในต่างกัน



รูปที่ 14 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวสัมผัสของท่อลำเลียงที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความถี่เชิงมุมของไหลภายในต่างกัน



รูปที่ 15 แอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อมีความถี่เชิงมุมของไหลภายในต่างกัน



รูปที่ 16 แอมพลิจูดการสั่นในแนวสัมผัสกับท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อมีความถี่เชิงมุมของไหลภายในต่างกัน

3.5 ผลของกระแสน้ำ

เพื่อศึกษาผลของกระแสน้ำใช้ข้อมูลตามตารางที่ 1 (ตัวอย่างที่ 2) และกำหนดให้ความเร็วกระแสน้ำที่ระดับน้ำทะเลปานกลางเท่ากับ -1.5 ถึง 1.5 เมตรต่อวินาที

จากการวิเคราะห์ในสภาวะสมดุลสถิตโดยให้ความเร็วกระแสน้ำต่างกันตามรูปที่ 17 พบว่าเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่ามากขึ้นในทิศทางเดียวกันกับที่ท่อลำเลียงพาดออกไป ท่อลำเลียงมีการหย่อนตัวสูงขึ้น แต่เมื่อความเร็วกระแสน้ำมีทิศสวนทางกับทิศทางที่ท่อลำเลียงพาดออกไป ท่อลำเลียงหย่อนตัวน้อยลง โดยผลการวิเคราะห์แรงดึงที่ตำแหน่งต่างๆของท่อลำเลียงตามรูปที่ 18 พบว่าเมื่อกระแสน้ำมีความเร็วลดลงแรงดึงในท่อลำเลียงเพิ่มขึ้น

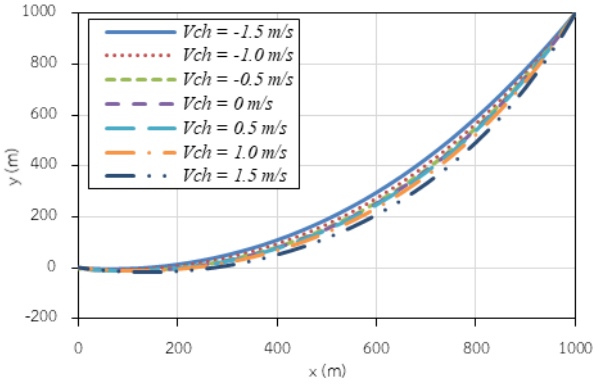
การวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติของเคเบิ้ลเนื่องจากความเร็วกระแสน้ำในช่วง -1.5 ถึง 1.5 เมตรต่อวินาที พบว่าเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่ามากขึ้นส่งผลให้ท่อลำเลียงมีค่าความถี่ธรรมชาติลดลงดังตารางที่ 3 เนื่องมาจากแรงดึงภายในท่อลำเลียงมีค่าลดลงตามรูปที่ 18 ทำให้สติฟเนสตามแนวแกนของท่อลำเลียงมีค่าลดลง ส่งผลให้มีค่าความถี่ธรรมชาติลดลง

จากการวิเคราะห์ผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของท่อลำเลียงพบว่าเมื่อความเร็วกระแสน้ำเปลี่ยนแปลงไปทำให้ตำแหน่งการเคลื่อนที่เฉลี่ยเปลี่ยนไปโดยเมื่อกระแสน้ำเป็นศูนย์การเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงในแนวตั้งฉากที่ตำแหน่งกึ่งกลางมีค่าสูงที่สุด แต่เมื่อมีความเร็วกระแสน้ำเพิ่มขึ้นการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากมีค่าลดลงดังรูปที่ 19 และ 20 ตามลำดับ ส่วนการเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงในแนวสัมผัสที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อมีความเร็วกระแสน้ำเพิ่มขึ้นการเคลื่อนที่ของท่อลำเลียงมีค่าเพิ่มขึ้น ตามรูปที่ 23 และ 24 ตามลำดับ รูปที่ 21 และ 22 แสดงให้เห็นว่าเมื่อความเร็วของกระแสน้ำเป็นบวกมีค่าสูงขึ้นทำให้แอมพลิจูดการสั่นในตั้งฉากมีค่าลดลงเล็กน้อย และเมื่อความเร็วกระแสน้ำเป็นลบมีค่ามากขึ้นส่งผลให้แอมพลิจูดการสั่นมีแนวโน้มลดลง เช่นเดียวกันกับแอมพลิจูดในแนวสัมผัส ตามรูปที่ 25 และ 26

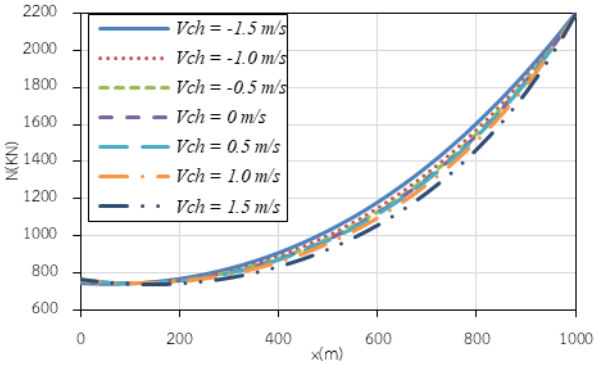
จากการวิเคราะห์พฤติกรรมของแรงดึงที่ปลายด้านบนของท่อลำเลียงเมื่อมีการกระตุ้น พบว่าเมื่อความเร็วกระแสน้ำเปลี่ยนแปลงไป ค่าแรงดึงเฉลี่ยมีค่าค่อนข้างคงที่ตามรูปที่ 27 และ 28 โดยเมื่อความเร็วกระแสน้ำเป็นบวกมีค่ามากขึ้น แอมพลิจูดของแรงดึงที่ตำแหน่งใกล้ปลายด้านบนมีค่าเพิ่มมากขึ้น ขณะที่ตำแหน่งอื่นมีค่าใกล้เคียงกันตามรูปที่ 29 และเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นลบมากขึ้น แอมพลิจูดแรงดึงที่ตำแหน่งใกล้ปลายด้านบนมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนตำแหน่งอื่นมีค่าใกล้เคียงกันดังรูปที่ 30

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติเมื่อมีความเร็วกระแสน้ำต่างกัน

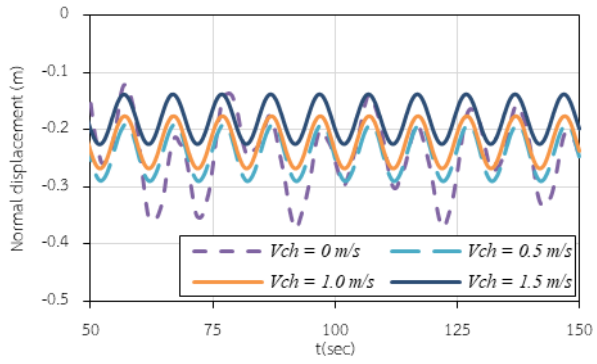
ความเร็วกระแสน้ำ (เมตรต่อวินาที)	ความถี่ธรรมชาติ (เรเดียนต่อวินาที)				
	โหมดที่ 1	โหมดที่ 2	โหมดที่ 3	โหมดที่ 4	โหมดที่ 5
-1.500	0.2376	0.3913	0.5472	0.6914	0.8406
-1.000	0.2347	0.3862	0.5405	0.6829	0.8305
-0.500	0.2327	0.3828	0.5360	0.6773	0.8239
0.000	0.2319	0.3816	0.5345	0.6754	0.8215
0.500	0.2311	0.3803	0.5329	0.6734	0.8191
1.000	0.2286	0.3764	0.5277	0.6670	0.8116
1.500	0.2235	0.3689	0.5180	0.6551	0.7973



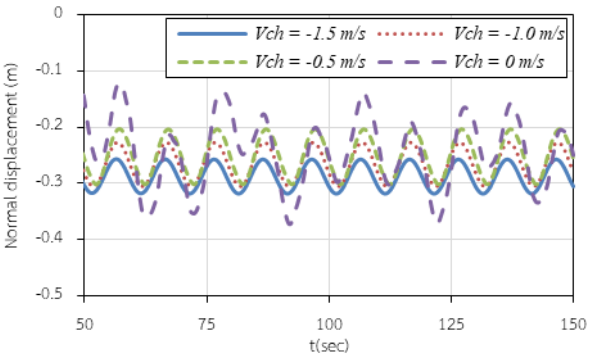
รูปที่ 17 การวางตัวของท่อลำเลียงในสภาวะสมดุลสถิตภายใต้ความเร็วของกระแสน้ำต่างกัน



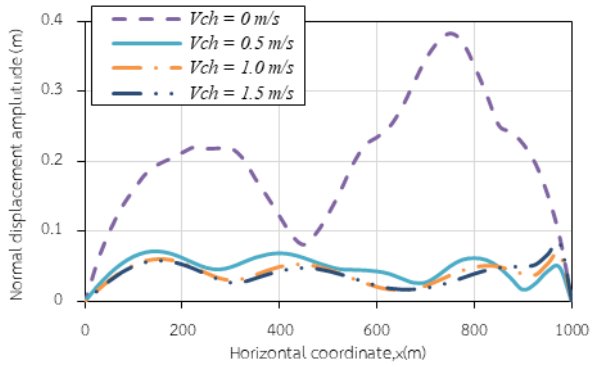
รูปที่ 18 แรงดึงในท่อลำเลียงที่ตำแหน่งต่างๆภายใต้ความเร็วกระแสน้ำต่างกัน



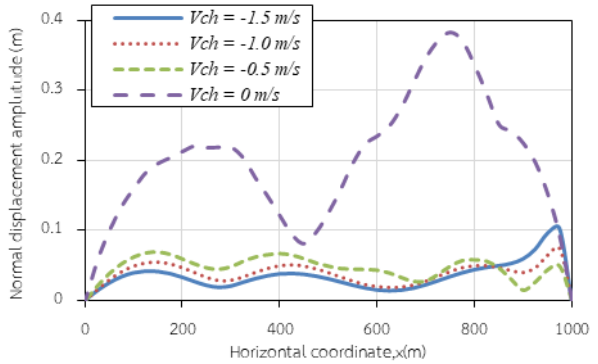
รูปที่ 19 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นบวก



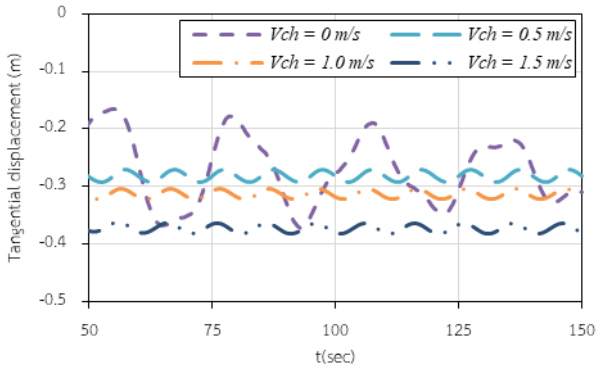
รูปที่ 20 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่แนวตั้งฉากที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นลบ



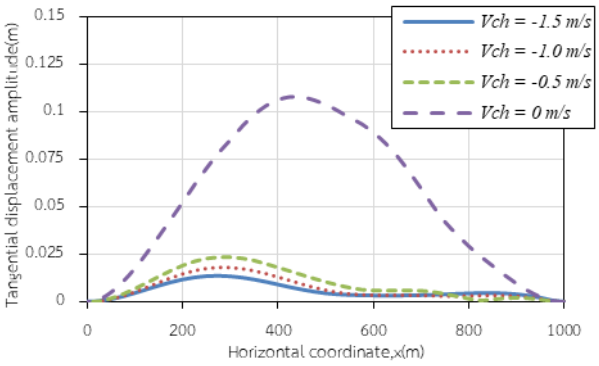
รูปที่ 21 แอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นบวก



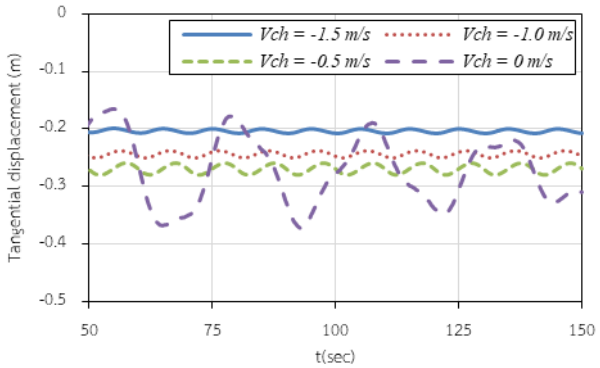
รูปที่ 2 แอมพลิจูดการสั่นในแนวตั้งฉากที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นลบ



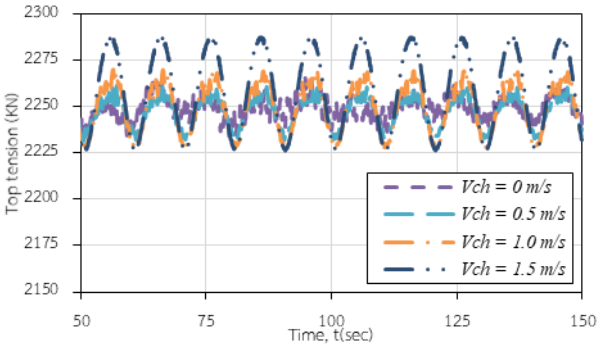
รูปที่ 2 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่ในแนวสัมผัสที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นบวก



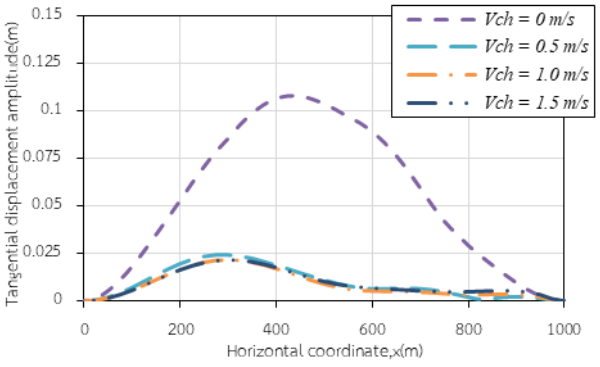
รูปที่ 2 แอมพลิจูดการสั่นในแนวสัมผัสที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อความเร็วกระแสน้ำเป็นลบ



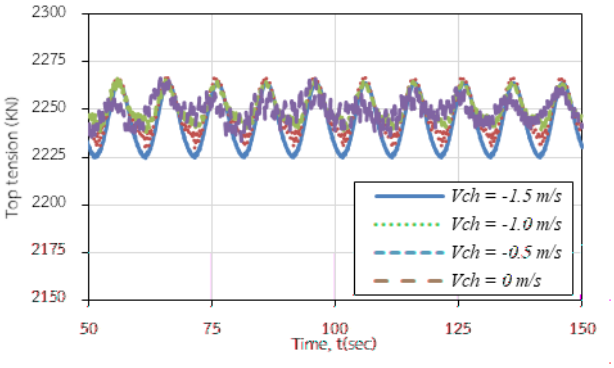
รูปที่ 2 ประวัติเวลาของการเคลื่อนที่ในแนวสัมผัสที่ตำแหน่งกึ่งกลางเมื่อความเร็วกระแสน้ำมีค่าเป็นลบ



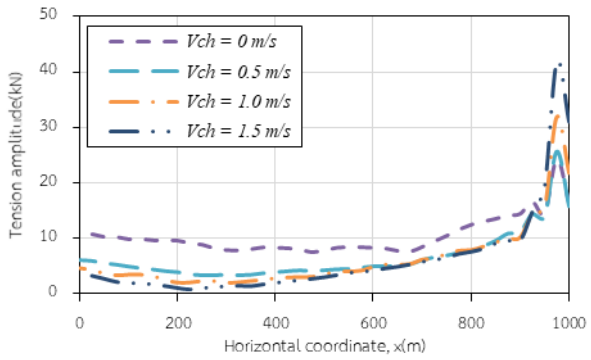
รูปที่ 2 แรงดึงที่ปลายด้านบนกับเวลาเมื่อกระแสน้ำมีค่าบวก



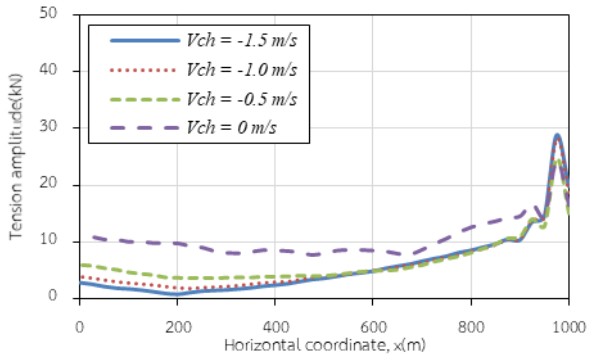
รูปที่ 2 แอมพลิจูดการสั่นในแนวสัมผัสที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อความเร็วกระแสน้ำเป็นบวก



รูปที่ 2 แรงดึงที่ปลายด้านบนกับเวลาเมื่อกระแสน้ำมีค่าลบ



รูปที่ 2 แอมพลิจูดของแรงดึงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อกระแสน้ำมีค่าเป็นบวก



รูปที่ 30 แอมพลิจูดของแรงดึงที่ตำแหน่งต่างๆเมื่อกระแสน้ำมีค่าเป็นลบ

บทสรุป

จากการวิเคราะห์ผลของกระแสน้ำต่อพฤติกรรมของท่อลำเลียงที่สภาวะสมดุลสถิต พบว่าเมื่อความเร็วของกระแสน้ำเปลี่ยนแปลงทำให้ความถี่ธรรมชาติของท่อลำเลียงเปลี่ยนไป โดยเมื่อความเร็วของกระแสน้ำเพิ่มขึ้นส่งผลให้แรงดึงในท่อลำเลียงลดลงและส่งผลให้ความถี่ธรรมชาติลดลง ในส่วนของการวิเคราะห์ผลตอบสนองของทางพลศาสตร์ท่อลำเลียง ผลของความถี่เชิงมุมของคลื่นมีผลต่อผลตอบสนองของท่อลำเลียงค่อนข้างมากทั้งในการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสโดยเฉพาะเมื่อความถี่เชิงมุมของคลื่นมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติโหมดที่ 1 ของท่อลำเลียง ส่วนผลของแอมพลิจูดคลื่นเนื่องจากมีแรงจากของไหลภายในกระทำด้วยซึ่งมีเฟสที่ไม่ตรงกันกับแรงจากคลื่น จึงทำให้แรงทั้ง 2 นี้หักล้างกัน ทำให้บางตำแหน่งไม่สามารถแสดงผลของแอมพลิจูดคลื่นได้อย่างชัดเจน ขณะที่ตำแหน่งอื่นของท่อ ผลของแอมพลิจูดคลื่นทำให้แรงที่เกิดจากความเร็วอนุภาคน้ำเนื่องจากคลื่นเพิ่มขึ้นและทำให้ท่อมีการเคลื่อนที่มากขึ้น ความถี่เชิงมุมของไหลภายในไม่ค่อยส่งผลต่อผลตอบสนองของท่อลำเลียงมากนัก เมื่อความเร็วของกระแสน้ำเปลี่ยนไปส่งผลให้ตำแหน่งการเคลื่อนที่เฉลี่ยเปลี่ยนแปลง อย่างไรก็ดี งานวิจัยนี้สามารถนำไปต่อยอดเพื่อศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์อื่นๆเพิ่มเติม เช่น ปฏิสัมพันธ์ระหว่างท่อลำเลียงและท้องน้ำ การเคลื่อนที่ของแท่นผลิตที่ผิวน้ำ การสั่นของท่อใน 3 มิติและการสั่นเนื่องจากกระแสน้ำวน เป็นต้น ซึ่งสามารถนำผลที่ได้มาใช้เป็นแนวทางในการวิเคราะห์หรือออกแบบท่อลำเลียงและป้องกันความเสียหายของโครงสร้างได้

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยได้รับทุนอุดหนุนจากสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (สกสว.) ทุนสนับสนุนด้านวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม ปีงบประมาณ พ.ศ.2566 ภายใต้รหัสโครงการ FRB660073/0164 (เทคโนโลยีการก่อสร้างขั้นสูงและยั่งยืนสำหรับ Thailand 4.0)

เอกสารอ้างอิง

[1] Roche, M. (2007). Corrosion Management: A Key Issue in Pipeline Integrity. *International Petroleum Technology Conference*. 4-6 December 2007.

[2] Mao, L., Zeng, S., Liu, Q., Wang, G., and He, Y. (2020). Dynamical mechanics behavior and safety analysis of deep water riser considering the normal drilling condition and hang-off condition. *Ocean Engineering*, 199, 106996.

[3] Kim, H.-T., and O'Reilly, O.M. (2019). Instability of catenary-type flexible risers conveying fluid in subsea environments. *Ocean Engineering*, 173, 98–115.

[4] Sun, L., and Qi, B. (2011). Global analysis of a flexible riser. *Journal of Marine Science and Application*, 10, 478–484.

[5] Mokhatab, S., and Towler, B.F. (2007). Severe Slugging in Flexible Risers: Review of Experimental Investigations and OLGA Predictions. *Petroleum Science and Technology*, 25(7), 867–880.

[6] Drumond, G.P., Pasqualino, I.P., Pinheiro, B.C., and Estefen, S.F. (2018). Pipelines, risers and umbilicals failures: A literature review. *Ocean Engineering*, 148, 412–425.

[7] Thethi, R., Howells, H., Natarajan, S., and Bridge, C. (2005). A Fatigue Monitoring Strategy and Implementation on a Deepwater Top Tensioned Riser. *Offshore Technology Conference*. 2-5 May 2005.

[8] Monprapussorn, T., Athisakul, C., and Chucheepsakul, S. (2007). Nonlinear Vibrations of an Extensible Flexible Marine Riser Carrying a Pulsatile Flow. *Journal of Applied Mechanics,* 74(4), 754-769.

[9] Klaycham, K., Athisakul, C., and Chucheepsakul, S. (2020). Large amplitude vibrations of a deepwater riser conveying oscillatory internal fluid flow. *Ocean Engineering*, 217, 107966.

[10] Klaycham, K. (2016). Nonlinear Vibrations of Extensible Marine Risers. Ph.D. Dissertation, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Thailand.