

## การโก่งเดาะของโครงสร้างเปลือกบางหมีอิลิปซอยด์ภายใต้แรงดันภายนอก BUCKLING ANALYSIS OF HEMI-ELLIPSOIDAL SHELLS SUBJECTED TO EXTERNAL PRESSURE

ปิยวัฒน์ สุวรรณกรกิจ<sup>1,\*</sup> และ สมชาย ชูชีพสกุล<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพมหานคร ประเทศไทย

\*Corresponding author address: piyawat.su@mail.kmutt.ac.th

### บทคัดย่อ

บทความนี้มุ่งเน้นที่การวิเคราะห์การโก่งเดาะของโครงสร้างเปลือกบางอิลิปซอยด์ครึ่งซีกภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระจายอย่างสม่ำเสมอโดยใช้โปรแกรม ABAQUS โครงสร้างเปลือกบางอิลิปซอยด์ครึ่งซีกสามารถแทนได้ด้วยรูปของสมการทรงรีที่หมุนรอบแกน โดยโครงสร้างมีเงื่อนไขจุดรับรองรับที่ไร้แรงเสียดทานโดยรอบตามแนวฐาน ซึ่งมีอิสระต่อการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวโครงสร้าง ในแบบจำลองกำหนดให้สมบัติของวัสดุเป็นไอโซทรอปิกและมีความยืดหยุ่นแบบเชิงเส้น ในการวิเคราะห์ที่ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบเชิงเส้นหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะและโหมดการเสียรูปจากการโก่งเดาะของโครงสร้างเปลือกบางอิลิปซอยด์ครึ่งซีก ทำการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนกึ่งแกนหลักต่อแกนรองที่มีต่อค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ผลการศึกษาพบว่าเมื่ออัตราส่วนกึ่งแกนหลักต่อแกนรองมีค่าเท่ากับหนึ่งหรือเมื่อรูปร่างเป็นลักษณะทรงกลมครึ่งซีก น้ำหนักบรรทุกวิกฤตจะมีค่าสูงสุด บทความนี้นำเสนอและอธิบายรูปร่างการเสียรูปจากการโก่งเดาะของโครงสร้างเปลือกบาง 3 กลุ่ม ได้แก่ ออบเลตอิลิปซอยด์ครึ่งซีก ทรงกลมครึ่งซีก และโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก

**คำสำคัญ:** การโก่งเดาะ, อิลิปซอยด์ครึ่งซีก, ไฟไนต์เอลิเมนต์, โครงสร้างเปลือกบาง

### Abstract

This paper focuses on the buckling analysis of the hemi-ellipsoidal shells subjected to a uniformly distributed load by using ABAQUS program. The shape of hemi-ellipsoidal shells can be represented by the revolution of ellipsoidal curve. The frictionless rollers are supported around the circumference base, they are free to translate in the plane that is normal to the middle surface. The material property used in the finite element model is assumed to be isotropic and linear elastic. The effect of the major to minor semi-axis of an ellipsoidal ratio on the critical loads are investigated. The results revealed that hemi-sphere gives the highest critical load. Three families of buckling mode shapes of hemi-ellipsoidal shells, namely hemi-oblate ellipsoidal shells, hemi-sphere shell and hemi-prolate ellipsoidal shells, are presented and discussed in this paper.

**Keywords:** Buckling, Hemi-Ellipsoidal, Finite element, Shell

### 1. บทนำ

ปัจจุบันโครงสร้างเปลือกบางได้นำมาใช้ประยุกต์ในงานวิศวกรรมเป็นจำนวนมาก เช่น โครงสร้างชิ้นส่วนของเรือและเครื่องบิน โครงสร้างหลังคาโดม โครงสร้างของถังบรรจุของไหล และโครงสร้างเชิงสถาปัตยกรรม [1] ดังนั้น การวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้างเปลือกจึงมีความสำคัญ เพื่อใช้ในการออกแบบโครงสร้างต่อน้ำหนักบรรทุกได้อย่างเหมาะสม

โครงสร้างเปลือกบางอิลิปซอยด์ (Ellipsoidal shell) ได้มีการประยุกต์ใช้ในการรับน้ำหนักของตัวอาคารลักษณะโดมโดยรูปทรงเรขาคณิตของอิลิปซอยด์ที่นำมาประยุกต์ใช้ในงานโครงสร้าง จะนิยมใช้รูปทรงที่เกิดจากการหมุนโดยรอบของสมการวงรี ซึ่งจะใช้เป็นโครงสร้างอิลิปซอยด์แบบครึ่งซีก (Hemi-ellipsoidal) เนื่องจากมีลักษณะที่สมมาตรและฐานรองรับที่แผ่กว้างเหมาะสำหรับรองรับน้ำหนักจากฐานรองรับ [1]

จากการศึกษางานวิจัยการวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง

เปลือกบางอิลิปซอยด์โดยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) ได้แก่ Li และคณะ [2] ได้ทำการประยุกต์ใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์การโก่งเดาะของโครงสร้างโดมอิลิปซอยด์ครึ่งซีกที่มีลักษณะคล้ายทรงกลมแบนด้านข้าง และโครงสร้างถังบรรจุของเหลวที่มีลักษณะบริเวณหัวถังเป็นรูปตัดอิลิปซอยด์ เชื่อมเข้ากับชิ้นส่วนทรงกระบอก รวมถึง Ma และคณะ [3] ได้ทำการวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกวิกฤตภายนอกโดยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของซูเปอร์อิลิปซอยด์ (Super ellipsoidal) เพื่อเปรียบเทียบรูปทรงต่าง ๆ นอกจากนี้ Smith และคณะ [4] Blachut J. [5] Ross และคณะ [6] ได้ทำการทดลองค่าการโก่งเดาะโดยใช้วัสดุสมบัติโลหะ และพลาสติกขึ้นรูปทรงอิลิปซอยด์ครึ่งซีกเพื่อทำการทดสอบแบบจำลองในห้องทดลองเทียบกับผลทางไฟไนต์เอลิเมนต์

จากการศึกษาเชิงวิเคราะห์ของ Mushtari and Galimov [7] ได้ศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างเปลือกแบบ

หมุนรอบแกน และเสนอสมการสำหรับหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตภายนอก โดยสามารถเขียนสมการอย่างง่ายของอิลิปซอยด์ครึ่งซีกได้เป็นสมการ (1) สำหรับโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก (Hemi-prolate ellipsoidal) ซึ่งมีลักษณะคล้ายทรงกลมยาวที่ขั้วแบนแต่ไม่

$$P_{Elastic\ buckling} = \frac{2Et^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{1}{(2B^2 - A^2)} \quad (1)$$

และสมการ (2) สำหรับออปโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก (Hemi-oblate ellipsoidal) ซึ่งมีลักษณะคล้ายทรงกลมแบนที่ขั้วแบนพิกทอง

$$P_{Elastic\ buckling} = \frac{2Et}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{B^2}{A^4}\right) \quad (2)$$

นอกจากนี้ Healey [8] ได้เสนอสมการ (3) ของโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีกสำหรับหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตภายนอก โดยใช้จุดรองรับแบบอิสระต่อการเคลื่อนที่แนวราบตามเส้นรอบวงตามรูปที่ 1

$$P_{Elastic\ buckling} = \frac{aE}{\sqrt{3(1-\nu)}} \left(\frac{t}{2A}\right)^b \quad (3)$$

โดยที่

$$a = 7.944 \left(\frac{A}{B}\right)^2 - 1.425 \left(\frac{A}{B}\right) + 1.517$$

$$b = 0.166 \left(\frac{A}{B}\right)^2 - 0.467 \left(\frac{A}{B}\right) + 2.304$$

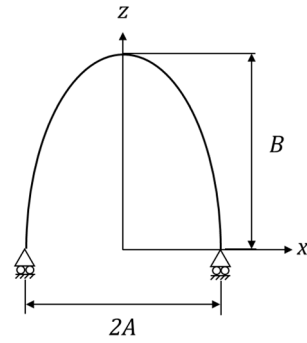
จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่าการศึกษานี้เป็นการวิเคราะห์ของโครงสร้างอิลิปซอยด์ยังจำกัดที่การศึกษาหน้าหนักบรรทุกวิกฤตในโหมดการเสียรูปลำดับแรก โดยไม่มีการศึกษาเปรียบเทียบระหว่างออปโพลีอิลิปซอยด์ และโพลีอิลิปซอยด์อย่างชัดเจน รวมถึงรูปร่างโหมดการเสียรูปจากการโก่งเดาะของอิลิปซอยด์ในลำดับโหมดอื่นมากนัก ดังนั้นงานวิจัยนี้จะนำเสนอผลของอัตราส่วนทางเรขาคณิตของทั้งออปโพลีอิลิปซอยด์และโพลีอิลิปซอยด์ รวมถึงเปรียบเทียบรูปร่างโหมดการเสียรูปลำดับแรก ลำดับสอง และลำดับสาม

## 2. วิธีการศึกษา

### 2.1. แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

รูปทรงโครงสร้างอิลิปซอยด์ครึ่งซีกจะใช้การวิเคราะห์โดยโปรแกรม ABAQUS/CAE version 6.14 [9] ซึ่งใช้การวิเคราะห์แบบ 3 มิติ โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์เป็นอิลิปซอยด์แบบหมุนรอบแกนซึ่งเขียนได้ดังแสดงในสมการ (4)

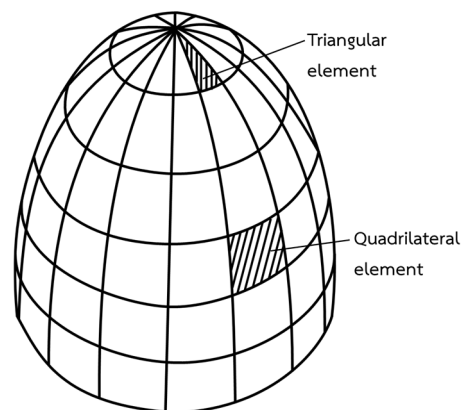
$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{A^2} + \frac{z^2}{B^2} = 1 \quad (4)$$



รูปที่ 1 รูปทรงเรขาคณิตของอิลิปซอยด์ครึ่งซีก

โดยถ้า  $A < B$  จะเรียกว่าโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก ถ้า  $A=B$  จะเรียกว่าทรงกลมครึ่งซีก และถ้า  $A > B$  จะเรียกว่าออปโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก

ลักษณะการกำหนดเอลิเมนต์ในโปรแกรมจะใช้เป็นการกำหนดแบบเอลิเมนต์ Quad-dominated ซึ่งจะเป็นลักษณะการแบ่งเอลิเมนต์โดยวิธีการกวาดรอบแกนหมุนโดยใช้เอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยม (Quadrilateral element) และเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (Triangular element) บริเวณจุดยอดของโครงสร้างตามรูปที่ 2 ซึ่งลักษณะการแบ่งดังกล่าวจะมีความสอดคล้องกับรูปเรขาคณิต และเหมาะสำหรับการวิเคราะห์ผลของโครงสร้างในลักษณะที่สมมาตร งานวิจัยนี้จะกำหนดขนาดเอลิเมนต์โดยเฉลี่ยเท่ากับ 0.01 เท่าของรัศมีสิ้นสุดของโครงสร้างตลอดทั้งงานวิจัยซึ่งเป็นขนาดเอลิเมนต์ที่ให้ผลค่าความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณต่ำ และใช้ระยะเวลาในการวิเคราะห์โปรแกรมที่เหมาะสมที่สุด



รูปที่ 2 ลักษณะการแบ่งเอลิเมนต์ของโครงสร้างเปลือกบางที่ใช้วิเคราะห์

### 2.2. ตัวแปรที่ศึกษา

สมบัติของวัสดุที่ใช้เป็นเหล็กเหนียวมีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (E) เท่ากับ 207.18 จิกะปาสคาล อัตราส่วนปัวซอง ( $\nu$ ) เท่ากับ 0.283 ศึกษาที่อัตราส่วนความหนาต่อรัศมีสิ้นสุดของรูปทรงเท่ากับ

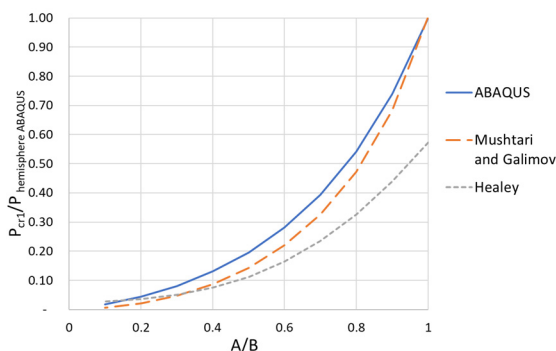
1/100 ภายใต้สมมุติฐานช่วงอิลาสติก โดยเงื่อนไขจุดรองรับแบบไร้แรงเสียดทานโดยรอบตามแนวฐาน ซึ่งมีอิสระต่อการเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวโครงสร้าง น้ำหนักบรรทุกที่ศึกษาเป็นลักษณะแรงต่อพื้นที่กระทำภายนอกทิศทางตั้งฉากกับผิวโครงสร้างกระจายอย่างสม่ำเสมอ

ตารางที่ 1 ความหมายของตัวแปรที่ใช้

ตัวแปร	ความหมาย
$n$	จำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐานของโหมตการเสีรูรูปโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีก
$t$	ความหนา (เมตร)
$x, y, z$	พิกัดอ้างอิงในสามมิติ (เมตร)
$A$	รัศมีแนวฐานของลิปซอยด์ครึ่งซีก (เมตร)
$B$	ความสูงของลิปซอยด์ครึ่งซีก (เมตร)
$E$	โมดูลัส (ปาสคาล)
$P_{Elastic buckling}$	น้ำหนักบรรทุกวิกฤตช่วงอิลาสติก (ปาสคาล)
$P_{cr1}$	น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูรูปลำดับแรก (ปาสคาล)
$P_{cr2}$	น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูรูปลำดับสอง (ปาสคาล)
$P_{cr3}$	น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูรูปลำดับสาม (ปาสคาล)
$P_{cr1 hemisphere ABAQUS}$	น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูรูปลำดับแรก (ปาสคาล) ของทรงกลมครึ่งซีกที่ได้จากการวิเคราะห์โปรแกรม ABAQUS (ปาสคาล)
$\nu$	อัตราส่วนปัวซอง

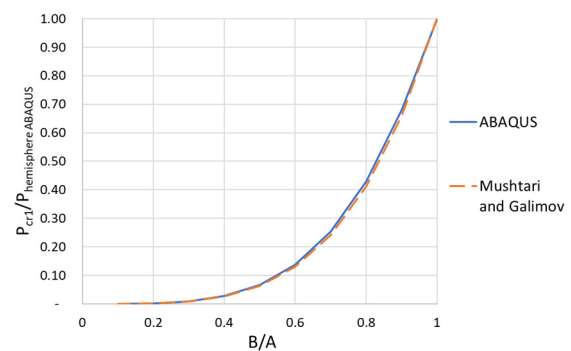
### 3. การวิเคราะห์และผลการศึกษา

#### 3.1. น้ำหนักบรรทุกวิกฤต



รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนทางเรขาคณิต A/B และอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตภายนอกของโหมตการเสีรูรูปลำดับแรกของโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกต่อทรงกลมครึ่งซีก ( $P_{cr1}/P_{cr1 hemisphere ABAQUS}$ )

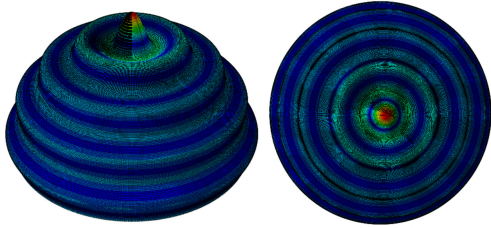
จากรูปที่ 3 แสดงผลของอัตราส่วนของ A/B และอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูปลำดับแรกของโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกต่อทรงกลมครึ่งซีก ที่ได้จากการวิเคราะห์ผลจากโปรแกรม ABAQUS เปรียบเทียบกับสมการของ Mushtari and Galimov [7] และ Healey [8] จะพบว่าเมื่อรูปทรงโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกมีค่าอัตราส่วน A/B เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูปลำดับแรกของโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกต่อทรงกลมครึ่งซีกเพิ่มขึ้น และทรงกลมครึ่งซีก ( $A/B = 1$ ) ให้ค่าอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูปลำดับแรกสูงสุด โดยมีแนวโน้มไปในทางเดียวกันของกราฟเพิ่มไปในทางเดียวกันกับสมการของ Mushtari and Galimov [7] และ Healey [8] ซึ่งจะให้ค่าใกล้เคียงกับผลวิเคราะห์จาก ABAQUS ในช่วงอัตราส่วนของ A/B มีค่าน้อย



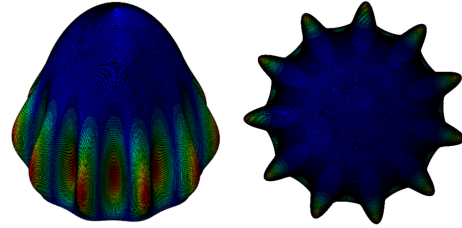
รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนทางเรขาคณิต(B/A) และอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตภายนอกของโหมตการเสีรูปลำดับแรกของโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกต่อทรงกลมครึ่งซีก ( $P_{cr1}/P_{cr1 hemisphere ABAQUS}$ )

จากรูปที่ 4 แสดงผลของอัตราส่วนของ B/A และอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูปลำดับแรกของโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกต่อทรงกลมครึ่งซีกที่ได้จากการวิเคราะห์ผลจากโปรแกรม ABAQUS เปรียบเทียบกับสมการของ Mushtari and Galimov [7] จะพบว่าเมื่อรูปทรงโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกมีค่าอัตราส่วน B/A เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูปลำดับแรกของโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีกต่อทรงกลมครึ่งซีกเพิ่มขึ้น และรูปทรงกลมครึ่งซีก ( $A/B = 1$ ) ให้ค่าอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมตการเสีรูปลำดับแรกสูงสุด โดยผลวิเคราะห์จาก ABAQUS จะให้ค่าใกล้เคียงกับสมการของ Mushtari and Galimov [7] สำหรับโพลेटอิลิปซอยด์ครึ่งซีก

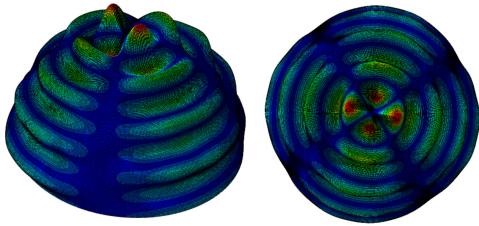
### 3.2. รูปร่างโหมด



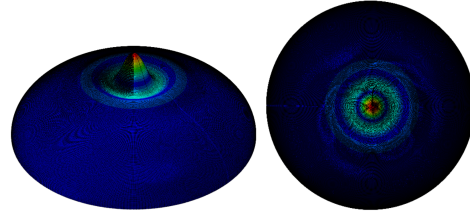
รูปที่ 5 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับแรกในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของทรงกลมครึ่งซีก



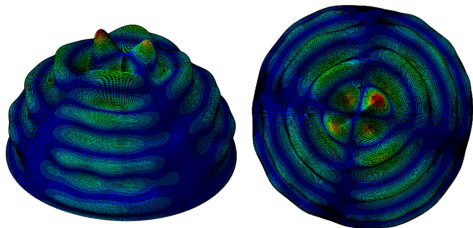
รูปที่ 10 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสามในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของโพลีเอดริคัลชอยด์ครึ่งซีก  $A/B = 0.5$



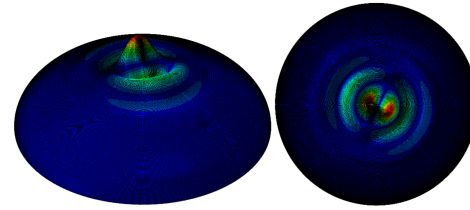
รูปที่ 6 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสองในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของทรงกลมครึ่งซีก



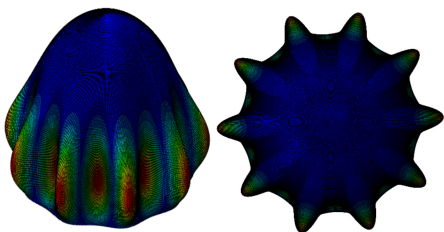
รูปที่ 11 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับแรกในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของออปโตอิลิปโซอิดครึ่งซีก  $B/A = 0.5$



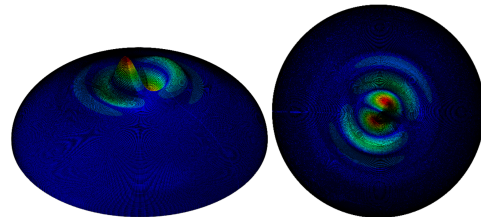
รูปที่ 7 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสามในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของทรงกลมครึ่งซีก



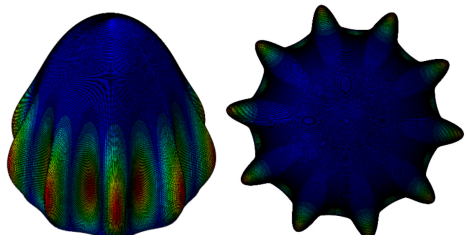
รูปที่ 12 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสองในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของออปโตอิลิปโซอิดครึ่งซีก  $B/A = 0.5$



รูปที่ 8 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับแรกในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของโพลีเอดริคัลชอยด์ครึ่งซีก  $A/B = 0.5$



รูปที่ 13 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสามในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของออปโตอิลิปโซอิดครึ่งซีก  $B/A = 0.5$



รูปที่ 9 รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสองในภาพมุมมองด้านข้างและด้านบนของโพลีเอดริคัลชอยด์ครึ่งซีก  $A/B = 0.5$

รูปที่ 5-7 แสดงรูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับแรก สอง และสามตามลำดับของทรงกลมครึ่งซีก โดยมีค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสีรูปลำดับแรก ( $P_{c1}$ ) เท่ากับ 24,848,200 ปาสคาล ลำดับสอง ( $P_{c2}$ ) เท่ากับ 24,914,300 ปาสคาล และลำดับสาม ( $P_{c3}$ ) เท่ากับ 24,918,300 ปาสคาล ซึ่งค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสีรูปลำดับสอง และสาม ต่างจากน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสีรูปลำดับแรกคิดเป็นร้อยละ 0.27 และ 0.28 ตามลำดับ โดยรูปร่างของโหมดการเสีรูปลำดับแรกจะมีรูปร่างโหมดที่สมมาตรรอบแกน  $z$  รูปร่างโหมดการเสีรูปลำดับสอง และ

สามมีลักษณะรูปร่างโหมดที่เหมือนกันและไม่สมมาตรรอบแกน z

รูปที่ 8-10 แสดงรูปร่างโหมดการเสียรูปลำดับแรก สอง และสาม ตามลำดับของโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก A/B = 0.5 โดยมีค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสียรูปลำดับแรก ( $P_{cr1}$ ) เท่ากับ 4,867,730 ปาสคาล ลำดับสอง ( $P_{cr2}$ ) เท่ากับ 4,867,770 ปาสคาล และลำดับสาม ( $P_{cr3}$ ) เท่ากับ 4,944,580 ปาสคาล ซึ่งค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสียรูปลำดับสอง และสาม ต่างจากน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสียรูปลำดับแรกคิดเป็นร้อยละ 0.0008 และ 1.58 ตามลำดับ โดยรูปร่างโหมดการเสียรูปทั้งสามลำดับโหมดมีลักษณะรูปร่างโหมดที่สมมาตรรอบแกน z และมีลักษณะรูปร่างโหมดคล้ายกัน รูปร่างของโหมดการเสียรูปลำดับแรก และลำดับสองให้จำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐาน (n) เท่ากับ 10 และรูปร่างของโหมดการเสียรูปลำดับสามให้จำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐาน (n) เท่ากับ 11 และจากการศึกษาผลของขนาดเอลิเมนต์เฉลี่ยที่ช่วง 0.03-0.005 เท่าของรัศมีสิ้นสุดของโครงสร้างพบว่าจำนวนและขนาดของเอลิเมนต์ไม่มีผลกระทบต่อจำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐาน (n)

รูปที่ 11-13 แสดงรูปร่างโหมดการเสียรูปลำดับแรก สอง และสาม ตามลำดับของออปเลตอิลิปซอยด์ครึ่งซีก B/A = 0.5 โดยมีค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของการเสียรูปโหมดลำดับแรก ( $P_{cr1}$ ) เท่ากับ 1,667,370 ปาสคาล ลำดับสอง ( $P_{cr2}$ ) เท่ากับ 1,679,410 ปาสคาล ลำดับสาม ( $P_{cr3}$ ) เท่ากับ 1,679,430 ปาสคาล ซึ่งค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสียรูปลำดับสอง และสาม ต่างจากน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสียรูปลำดับแรกคิดเป็นร้อยละ 0.72 และ 0.73 ตามลำดับ โดยรูปร่างของโหมดการเสียรูปลำดับแรกจะมีรูปร่างโหมดที่สมมาตรรอบแกน z ส่วนรูปร่างโหมดการเสียรูปลำดับสอง และสามมีลักษณะรูปร่างโหมดที่เหมือนกันและไม่สมมาตรรอบแกน z

ตารางที่ 2 อัตราส่วนทางเรขาคณิตและจำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐานของโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีกภายใต้น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหมดการเสียรูปลำดับแรก

Geometry ratio (A/B)	Number of circumferential waves
1	-
0.9	16
0.8	14
0.7	13
0.6	12
0.5	10
0.4	9
0.3	7
0.2	5
0.1	3

ตารางที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนทางเรขาคณิตของโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก และจำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐาน พบว่าเมื่ออัตราส่วน A/B เพิ่มขึ้นจำนวนลูกคลื่นรอบแนวเส้นรอบวงฐาน (n) จะเพิ่มขึ้น

#### 4. สรุปผลการศึกษา

จากการศึกษาการโก่งเดาะของโครงสร้างเปลือกอิลิปซอยด์ครึ่งซีกภายใต้ค่าน้ำหนักบรรทุกภายนอกตั้งฉากกับโครงสร้างกระจายอย่างสม่ำเสมอโดยใช้โปรแกรม ABAQUS ได้ข้อสรุปดังนี้

1. ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วน A/B ช่วง A<B จะให้มีกำลังต้านน้ำหนักวิกฤตที่กระทำต่อโครงสร้างเปลือกที่เพิ่มขึ้น และช่วง A>B จะมีกำลังต้านน้ำหนักวิกฤตที่กระทำต่อโครงสร้างเปลือกที่ลดลง ซึ่งโครงสร้างทรงกลมครึ่งซีก (A=B) จะมีกำลังต้านน้ำหนักวิกฤตค่าสูงสุด

2. รูปร่างโหมดของโครงสร้างเปลือกอิลิปซอยด์ครึ่งซีก จะมีรูปร่างโหมดที่ต่างกันโดยจำแนกได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ รูปร่างโหมดของโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีก รูปร่างโหมดของทรงกลมครึ่งซีก และรูปร่างโหมดของออปเลตอิลิปซอยด์ครึ่งซีก โดยเมื่อพิจารณารูปร่างโหมดของโพลีอิลิปซอยด์ครึ่งซีกจะมีบริเวณที่เปลี่ยนรูปร่างมากตรงบริเวณฐานของโครงสร้าง ต่างจากรูปร่างโหมดของออปเลตอิลิปซอยด์ครึ่งซีก และทรงกลมครึ่งซีกจะมีบริเวณที่เปลี่ยนรูปร่างมากตรงบริเวณยอดโครงสร้าง

#### 5. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ที่สนับสนุนทุนผู้ช่วยวิจัย และเอื้อเฟื้อสถานที่ อุปกรณ์ เครื่องมือสำหรับงานวิจัยนี้

#### 6. การอ้างอิง

- [1] Krivoschapko S.N., (2007) Research on General and Axisymmetric Ellipsoidal Shells Used as Domes Pressure Vessels and Tanks. Applied Mechanics Review **60**(6), 336-355. DOI: 10.1115/1.2806278
- [2] Li J.Z., Liu Y.H., Cen Z.Z., Xu B.Y. (1998). Finite element analysis for buckling of pressure vessels with ellipsoidal head. International Journal of Pressure Vessels and Piping **75**(2), 115-120. DOI: 10.1016/S0308-0161(98)00027-1
- [3] Ma Y.Q., Wang C.M., Ang K.K. (2008). Buckling of super ellipsoidal shells under uniform pressure. Thin-Walled Structures **46**(6), 584-591. DOI: 10.1016/j.tws.2008.01.013



- [4] Smith P., Blachut J. (2008). Buckling of Externally Pressurized Prolate Ellipsoidal Domes. *Journal Pressure Vessel Technology* **130**(1), 011210 (9 pages). DOI: 10.1115/1.2834457
- [5] Blachut J., (2016). Buckling of composite domes with localized imperfections and subjected to external pressure. *Composite Structures* **153**, 746-754. DOI: 10.1016/j.compstruct.2016.07.007
- [6] Ross C.T.F., Youster P., Sadler R. (2001). The buckling of plastic oblate hemi-ellipsoidal dome shells under external hydrostatic pressure. *Ocean Engineering* **28**(7), 789-803. DOI: 10.1016/S0029-8018(00)00035-4
- [7] Mushtari Kh.M., Galimov K.Z. (1961). *Non-Linear Theory of Thin Elastic Shells*. University of Michigan Library, Ann Arbor, MI, USA, 308–322.
- [8] Healey, J. J., (1965). *Parametric Study of Unstiffened and Stiffened Prolate Spheroidal Shells Under External Hydrostatic Pressure*. Report of Department of the Navy, United States of America.
- [9] Andreas Öchsner., Marco Öchsner (2016). *The Finite Element Analysis Program MSC Marc/Mentat*. Springer, Singapore, 1-10.