การประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น

INTERPULATION OF GEOID UNDULATION

กนกศักดิ์ ชื่อธานุวงศ์[1,*]
[1] สาขาวิชาวิศวกรรมสำรวจ, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ
กรุงเทพมหานคร, ประเทศไทย
[*]Corresponding author address: kanoksak.s@mail.rmutk.ac.th

บทคัดย่อ

การประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น เป็นการหาค่าเฉลี่ยของฐานข้อมูลยีออยด์อันดูเรชั่นในโครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย โดยใช้สมการเส้นตรง(Bi-Linear) สมการเส้นโค้งกำลังสอง(Bi-Quadratic) และสมการเส้นโค้งกำลังสาม(Bi-Cubic) เปรียบเทียบกับข้อมูลยีออยด์อันดูเรชั่นของโครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย ยีออยด์อันดูเรชั่น(Geoid Undulation) เป็นค่าระยะทางดิ่งระหว่างพื้นหลักฐานอ้างอิงรูปทรงรีกับพื้นหลักฐานอ้างอิงระดับน้ำทะเลปานกลาง โดยพื้นหลักฐานอ้างอิงรูปทรงรีใช้(World Geodetic System 1984 : WGS84) และพื้นหลักฐานอ้างอิงระดับน้ำทะเลปานกลางใช้วิธีการเดินระดับ(Spirit Leveling) หรือการรังวัดแรงโน้มถ่วงโลก (Gravimetry) ค่ายีออยด์อันดูเรชั่นมีความสำคัญมากกับการรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก(Global Navigation Satellite System : GNSS) เนื่องจากค่าความสูงที่รังวัดได้เป็นค่าความสูงบนพื้นหลักฐานอ้างอิงรูปทรงรี(Ellipsoid Height) ซึ่งในการก่อสร้างต้องการค่าความสูงบนระดับน้ำทะเลปานกลาง(Orthometric Height) ฐานข้อมูลยีออยด์อันดูเรชั่นจากโครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย ที่ความละเอียดขนาดหนึ่งลิปดา หรือระยะกริดประมาณ 1852x1852 เมตร ขอบเขตเริ่มต้นละติจูดที่ 3 องศาเหนือ ลองจิจูดที่ 95 องศาตะวันออก ข้อมูลกริดขนาด 780 หลัก 1200 แถว เป็นฐานข้อมูลสำหรับการประมาณค่าช่วงเพื่อหาค่าเฉลี่ยยีออยด์อันดูเรชั่น

การประมาณค่าช่วงหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น ใช้ข้อมูล 411 ข้อมูล ได้ค่าต่างยีออยด์อันดูเรชั่นจากสมการเส้นตรงสูงสุด 3.2E-02 เมตร ค่าต่ำสุด 4E-06 เมตร และอยู่ในช่วงค่าต่าง 4E-06-1E-03 เมตร จำนวน 299 ข้อมูล สมการเส้นโค้งกำลังสองค่าสูงสุด 2.5E-02 เมตร ค่าต่ำสุด 1E-06 เมตร และอยู่ในช่วงค่าต่าง 1E-06-1E-03 เมตร จำนวน 319 ข้อมูล สมการเส้นโค้งกำลังสามค่าสูงสุด 2.5E-02 เมตร ค่าต่ำสุด 2E-06 เมตร และอยู่ในช่วงค่าต่าง 2E-06-1E-03 เมตร จำนวน 303 ข้อมูล การประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่นใช้สมการเส้นโค้งกำลังสองให้ค่าช่วงต่ำสุดและจำนวนข้อมูลใกล้เคียงมากที่สุด

คำสำคัญ: *ค่าระดับ, การประมาณค่าช่วง, ยีออยด์, ยีออยด์อันดูเรชั่น, การรังวัดดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก*

Abstract

Interpulation of geoid undulation this is to find the average value of geoid undulation database in development of precise geoid model of thailand project. By using bi-linear equation, bi-quadratic equation and bi-cubic equation to compare calculate with find geoid undulation by program of development of precise geoid model of thailand project. Geoid Undulation is the vertical distance between the ellipsoid surface with the geoid surface or mean sea level surface. The ellipsoid was used (World Geodetic System 1984: WGS84) and the geoid was used spirit leveling or gravimetry. Geoid undulation are very important to measurement survey with global navigation satellite system (GNSS) the height value is the ellipsoid height, which is required in construction the height value want above mean sea level (Orthometric Height). Database in development of precise geoid model of thailand project at one minute resolution or a grid distance of approximately 1852x1852 m. The initial latitude at 3 degrees north, longitude at 95 degrees east. The 780 column 1200 row grid is a database for interpolation to find the mean geoid undulation.

Interpulation of geoid undulation was used with 411 data. The difference geoid undulation was obtained from the bi-linear equation maximum 3.2E-02 m. minimum 4E-06 m. and difference range 4E-06-1E-03 m. are 299 data, the bi-quadratic equation maximum 2.5E-02 m. minimum 1E-06 m. and difference range 1E-06-1E-03 m. are 319 data, the bi-cubic equation maximum 2.5E-02 m. minimum 2E-06 m. and difference range 2E-06-1E-03 m. are 303 data. Interpulation of geoid undulation was used bi-quadratic equation to gave the minimum and nearest amount of data.

Keywords: *Elevation, Interpolation, Geoid, Geoid Undulation, GNSS*

1. บทนำ

การประมาณค่าช่วงยีอออยด์อันดูเรชั่น เป็นการหาค่าเฉลี่ยของฐานข้อมูลยีอออยด์อันดูเรชั่นในโครงการพัฒนาแบบจำลองยีอออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย[1] ฐานข้อมูลยีอออยด์อันดูเรชั่นได้จากการสร้างพื้นผิวยีอออยด์ กับพื้นผิวรูปทรงรี โดยพื้นผิวยีอออยด์ได้จากการรังวัดค่าระดับ(Spirit Leveling) และการรังวัดแรงโน้มถ่วงโลก(Gravimetry) พื้นผิวรูปทรงรีใช้พื้นหลักฐานสากล(World Geodetic Systme 1984 : WGS84) ดังนั้นค่าระหว่างพื้นผิวทั้งสองเรียกว่า ยีอออยด์อันดูเรชั่น(Geoid Undulation) มีความสำคัญมากต่อการรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก(Global Navigation Satellite System : GNSS) เนื่องจากการรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลกจะได้ค่าความสูงบนพื้นหลักฐานของรูปทรงรี ซึ่งในงานก่อสร้างต้องการค่าความสูงบนพื้นผิวระดับน้ำทะเลปานกลาง จึงจำเป็นต้องทำการแปลงข้อมูลค่าความสูงจากการรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลกให้เป็นค่าความสูงบนพื้นผิวระดับน้ำทะเลปานกลาง

ฐานข้อมูลยีอออยด์อันดูเรชั่นจากโครงการพัฒนาแบบจำลองยีอออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย[1] ได้จัดทำและเผยแพร่ให้ใช้ มีขอบเขตความละเอียดขนาดกริดหนึ่งลิปดา(1'x1') หรือระยะกริดประมาณ 1852x1852 เมตร ขอบเขตเริ่มต้นละติจูดที่ 3 องศาเหนือ ลองจิจูดที่ 95 องศาตะวันออก ข้อมูลกริดขนาด 780 หลัก 1200 แถว กำหนดเป็นโปรแกรมเรียกใช้ TGM2017.exe และฐานข้อมูล TGM2017.asc

การประมาณค่าช่วงยีอออยด์อันดูเรชั่น จึงใช้ฐานข้อมูล TGM2017.asc ซึ่งสามารถเปิดได้ด้วยโปรแกรมเอ็กซ์เซล ทำการคำนวณหาค่ายีอออยด์อันดูเรชั่น โดยใช้สมการเส้นตรง(Bi-Linear) สมการเส้นโค้งกำลังสอง(Bi-Quadratic) และสมการเส้นโค้งกำลังสาม(Bi-Cubic) ทำการเปรียบเทียบกับข้อมูลยีอออยด์อันดูเรชั่นของโครงการพัฒนาแบบจำลองยีอออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย [1]

การเขียนสูตรการคำนวณใช้โปรแกรมเอ็กซ์เซลบนตารางการทำงาน และเขียนโปรแกรมวีบีเอบนโปรแกรมเอ็กซ์เซล เพื่อช่วยในการคำนวณหาค่ายีอออยด์อันดูเรชั่นจากสมการทั้งสาม และทำการเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้

1.1. วัตถุประสงค์

1.1.1. การเปรียบเทียบค่ายีอออยด์อันดูเรชั่นจากการประมาณค่าช่วง ด้วยสมการเส้นตรง สมการเส้นโค้งกำลังสอง และสมการเส้นโค้งกำลังสาม

1.1.2. สร้างแบบจำลองการคำนวณด้วยสมการหาค่าประมาณของฐานข้อมูลยีอออยด์อันดูเรชั่นบนโปรแกรมเอ็กซ์เซล

1.2. ขอบเขตการศึกษา

1.2.1. ฐานข้อมูลจากโครงการพัฒนาแบบจำลองยีอออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย TGM2017.ASC

1.2.2. ใช้โปรแกรมเอ็กซ์เซลในการสร้างแบบจำลองการคำนวณและเขียนโปรแกรมวีบีเอบนโปรแกรมเอ็กซ์เซล

1.3. ประโยชน์ที่ได้รับ

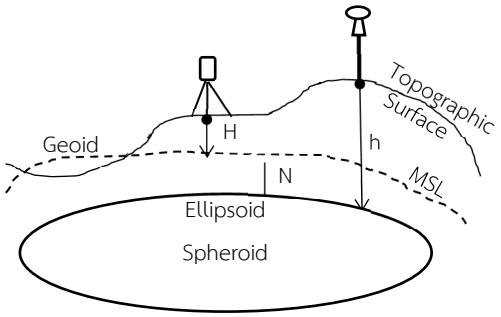
1.3.1. สามารถใช้ฐานข้อมูลจากโครงการพัฒนาแบบจำลองยีอออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทยได้อย่างถูกต้อง

1.3.2. รู้ เข้าใจ และสามารถนำสมการเส้นตรง สมการเส้นโค้งกำลังสอง และสมการเส้นโค้งกำลังสาม ประมาณค่าช่วงได้อย่างถูกต้อง

2. หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1. พื้นผิวอ้างอิงในงานสำรวจ

การประมาณค่าช่วงยีอออยด์อันดูเรชั่น ยึดโยงกับการรังวัดในงานสำรวจ โดยโครงการพัฒนาแบบจำลองยีอออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย[1] สร้างพื้นผิวยีอออยด์ขึ้นด้วยการรังวัดทางภาคพื้นดิน การระดับและการรังวัดแรงโน้มถ่วงโลก การรังวัดทางอากาศ การถ่ายภาพทางอากาศ และการรังวัดทางอวกาศ การรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก การรังวัดที่กล่าวมานี้ก็ยึดโยงกับพื้นหลักฐานอ้างอิงที่ใช้ในงานสำรวจ คือ พื้นผิวโลก(Topographic Surface) พื้นผิวระดับ(Geoid) และพื้นผิวรูปทรงรี(Ellipsoid)



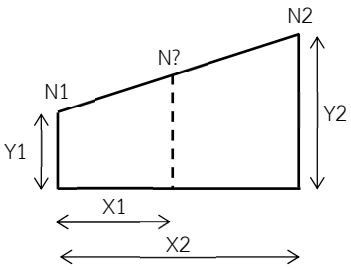
รูปที่ 1 พื้นหลักฐานอ้างอิง

สมการหาค่า $H = h - N$ (1)

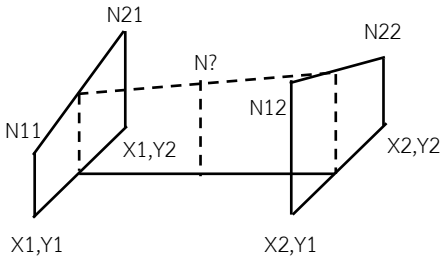
H ความสูงระดับน้ำทะเลปานกลาง (Orthometric Height)
h ความสูงบนรูปทรงรี (Ellipsoid Height)
N ยีอออยด์อันดูเรชั่น (Geoid Undulation)

2.2. การประมาณค่าโดยสมการเส้นตรง

การประมาณค่าโดยสมการเส้นตรง(Linear Interpolation) เป็นการหาค่าประมาณในทิศทางเดียวหรือหนึ่งมิติ ส่วนการหาประมาณค่าช่วงโดยสมการเส้นตรงในสองทิศทางหรือสองมิติ เรียกว่า ไบรีเนียร์(Bilinear Interpolation)



รูปที่ 2 สมการเส้นตรงหนึ่งมิติ(Linear Interpolation)



รูปที่ 3 สมการเส้นตรงสองมิติ(BiLinear Interpolation)

ตารางที่ 1 ข้อมูลและค่าที่ต้องการประมาณค่าช่วง

	Longitude1	Longitude !	Longitude2
Latitude1	N11		N12
Latitude !		N ?	
Latitude2	N21		N22

จากตารางที่ 1 ฐานข้อมูลโครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย[1] จะกำหนดค่ายีออยด์อันดูเรชั่น (N) ด้วยพิกัดภูมิศาสตร์(Latitude,Longitude) เมื่อทำการรังวัดด้วยการสำรวจด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก(GNSS) ก็จะได้ค่า (Latitude! ,Longitude! ,Ellipsoid height!) ซึ่งถ้าต้องการความสูงเหนือระดับน้ำทะเลปานกลางก็จะต้องทำการแปลงค่าด้วยสมการที่(1) ฉะนั้นจึงจำเป็นต้องทำการประมาณค่าช่วงของยีออยด์อันดูเรชั่น(N!) จากฐานข้อมูล

สมการเส้นตรง(BiLinear Interpolation) แบบสูตร

$$N? = \frac{(Lon2-Lon!)(Lat2-Lat!)}{(Lon2-Lon1)(Lat2-Lat1)}N11 + \frac{(Lon!-Lon1)(Lat2-Lat!)}{(Lon2-Lon1)(Lat2-Lat1)}N12 + \frac{(Lon2-Lon!)(Lat!-Lat1)}{(Lon2-Lon1)(Lat2-Lat1)}N21 + \frac{(Lon!-Lon1)(Lat!-Lat1)}{(Lon2-Lon1)(Lat2-Lat1)}N22$$

ให้ตัวแปร (2)

Latitude1 = Lat1 ; Latitude2 = Lat2 เป็นค่าละติจูด

Longitude1 = Lon1 ; Longitude2 = Lon2 เป็นค่าลองจิจูด

N11,N12,N21,N22 เป็นค่ายีออยด์อันดูเรชั่น

Latitude! = Lat! ; Longitude! = Lon! ตำแหน่งค่าพิกัดภูมิศาสตร์ที่ต้องการหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น

N? = ค่ายีออยด์อันดูเรชั่นจากการประมาณค่าช่วงด้วยสมการเส้นตรงไบรีเนียร์(Bilinear Interpolation)

สมการเส้นตรง(BiLinear Interpolation) แบบเมทริกซ์

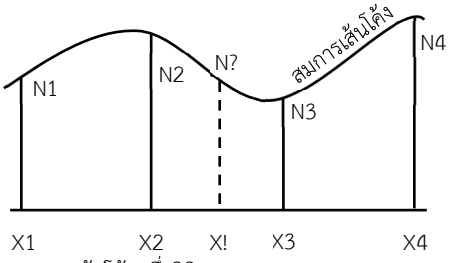
f(N) = a0 + a1*Lon + a2*Lat + a3*Lon*Lat (3)

$$\begin{bmatrix} 1 & Lon1 & Lat1 & Lon1*Lat1 \\ 1 & Lon1 & Lat2 & Lon1*Lat2 \\ 1 & Lon2 & Lat1 & Lon2*Lat1 \\ 1 & Lon2 & Lat2 & Lon2*Lat2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(N11) \\ f(N12) \\ f(N21) \\ f(N22) \end{bmatrix}$$

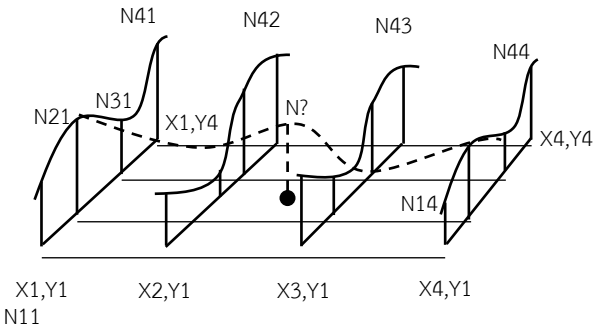
หาค่าสัมประสิทธิ์ตัวแปร a0,a1,a2,a3 ด้วยวิธีการคำนวณค่าโดยเมทริกซ์ จากนั้นแทนค่าสัมประสิทธิ์เข้าในสมการที่(3) และค่าพิกัดภูมิศาสตร์ที่ต้องการ เพื่อหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น(N)

2.3. การประมาณค่าโดยสมการเส้นโค้งกำลังสอง

การประมาณค่าโดยสมการเส้นโค้งกำลังสอง(Quadratic Interpolation or Polynomial Degree 2) เป็นการหาค่าประมาณในทิศทางเดียวหรือหนึ่งมิติ ส่วนการหาประมาณค่าช่วงโดยสมการเส้นโค้งกำลังสองในสองทิศทางหรือสองมิติ เรียกว่า ไบควอดราติก (BiQuadratic Interpolation)



รูปที่ 4 สมการเส้นโค้งหนึ่งมิติ(Quadratic Interpolation)



รูปที่ 5 สมการเส้นโค้งสองมิติ(Quadratic Interpolation)

จากรูปที่ 5 สมการเส้นโค้งสองมิติ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดัง สมการที่(4)

$N = a0 + a1*Lon + a2*Lat + a3*Lon^2 + a4*Lat^2 + a5*Lon*Lat$

$+ a6*Lon^2*Lat + a7*Lon*Lat^2 + a8*Lon^2*Lat^2$ (4)

ให้ความหมายตัวแปร

N = ค่ายีออยด์อันดูเรชั่นจากการประมาณค่าช่วงด้วย

สมการเส้นโค้งกำลังสอง(BiQuadratic Interpolation)

a0,a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8 ค่าสัมประสิทธิ์

Lon = (LonGrid – LonAvg)

LonGrid = ค่าลองจิจูดกริดจากฐานข้อมูลกริด

LonAvg = ค่าเฉลี่ยลองจิจูดกริดสี่ชุดข้อมูล

Lat = (LatGrid – LatAvg)

LatGrid = ค่าละติจูดกริดจากฐานข้อมูลกริด

LatAvg = ค่าเฉลี่ยละติจูดกริดสี่ชุดข้อมูล

หาค่าสัมประสิทธิ์ตัวแปร a0,a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8 ด้วยวิธีการคำนวณเทคนิคการปรับแก้กำลังสองน้อยที่สุด(Least Squat) จากนั้นแทนค่าสัมประสิทธิ์เข้าในสมการที่(4) และค่าพิกัดภูมิศาสตร์ที่ต้องการ เพื่อหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น(N)

2.4. การประมาณค่าโดยสมการเส้นโค้งกำลังสาม

การประมาณค่าโดยสมการเส้นโค้งกำลังสาม(Cubic Interpolation or Polynomial Degree 3) เป็นการหาค่าประมาณในทิศทางเดียวหรือหนึ่งมิติ ส่วนการหาประมาณค่าช่วงโดยสมการเส้นโค้งกำลังสองในสองทิศทางหรือสองมิติ เรียกว่า ไบคิวบิก (BiCubic Interpolation)

จากรูปที่ 5 สมการเส้นโค้งสามมิติ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดัง สมการที่(5)

$N = a0 + a1*Lon + a2*Lat + a3*Lon^2 + a4*Lon*Lat + a5*Lat^2$

$+ a6*Lon^3 + a7*Lon^2*Lat + a8*Lon*Lat^2 + a9*Lat^3$ (5)

ให้ความหมายตัวแปร

N = ค่ายีออยด์อันดูเรชั่นจากการประมาณค่าช่วงด้วย

สมการเส้นโค้งกำลังสาม(BiCubic Interpolation)

a0,a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9 ค่าสัมประสิทธิ์

Lon = (LonGrid – LonAvg)

LonGrid = ค่าลองจิจูดกริดจากฐานข้อมูลกริด

LonAvg = ค่าเฉลี่ยลองจิจูดกริดสี่ชุดข้อมูล

Lat = (LatGrid – LatAvg)

LatGrid = ค่าละติจูดกริดจากฐานข้อมูลกริด

LatAvg = ค่าเฉลี่ยละติจูดกริดสี่ชุดข้อมูล

หาค่าสัมประสิทธิ์ตัวแปร a0,a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9 ด้วยวิธีการคำนวณเทคนิคการปรับแก้กำลังสองน้อยที่สุด(Least Squat) จากนั้นแทนค่าสัมประสิทธิ์เข้าในสมการที่(5) และค่าพิกัดภูมิศาสตร์ที่ต้องการ เพื่อหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น(N)

2.5. เทคนิคการปรับแก้กำลังสองน้อยที่สุด

การปรับแก้กำลังสองน้อยที่สุดเป็นแบบจำลองสำหรับการแก้ปัญหาของระบบสมการที่มีข้อมูลมากกว่าตัวแปรค่าสัมประสิทธิ์ที่ต้องการคำนวณหา

$V = AX - L$ (6)

A = ค่าละติจูดและลองจิจูดในสมการเป็นเมทริกซ์

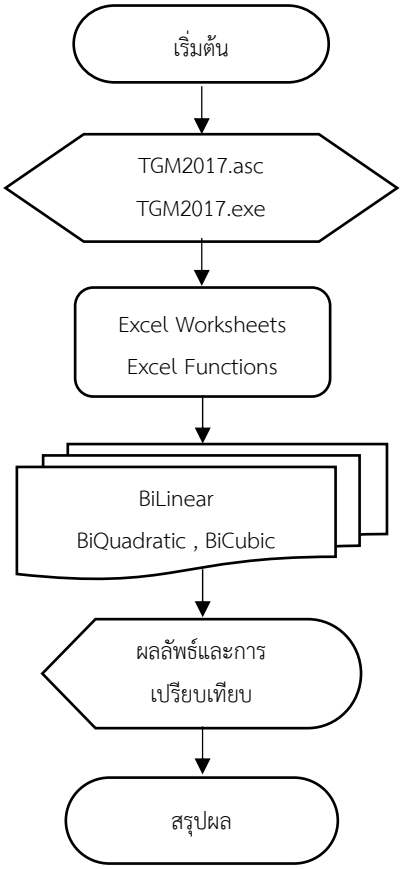
X = ค่าสัมประสิทธิ์ที่ต้องการหา

L = ค่ายีออยด์อันดูเรชั่น

$X = (A^TA)^{-1}*(A^TL)$ (7)

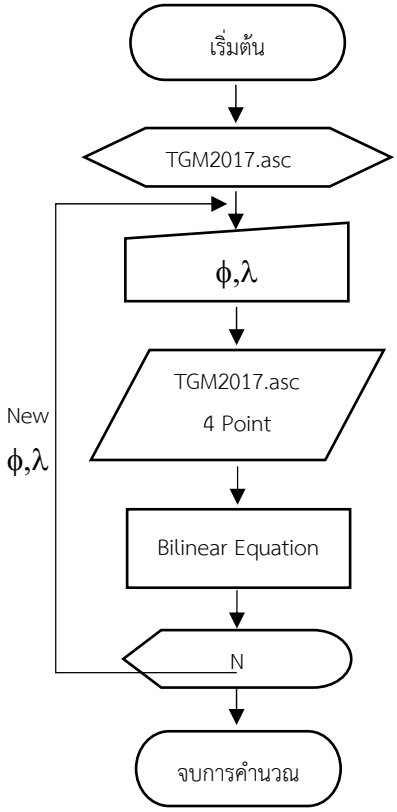
3. การดำเนินงาน

3.1. ภาพรวมขั้นตอนการดำเนินงาน



รูปที่ 6 แผนผังภาพรวมขั้นตอนการดำเนินงาน

3.2. ขั้นตอนการคำนวณโดยสมการเส้นตรง



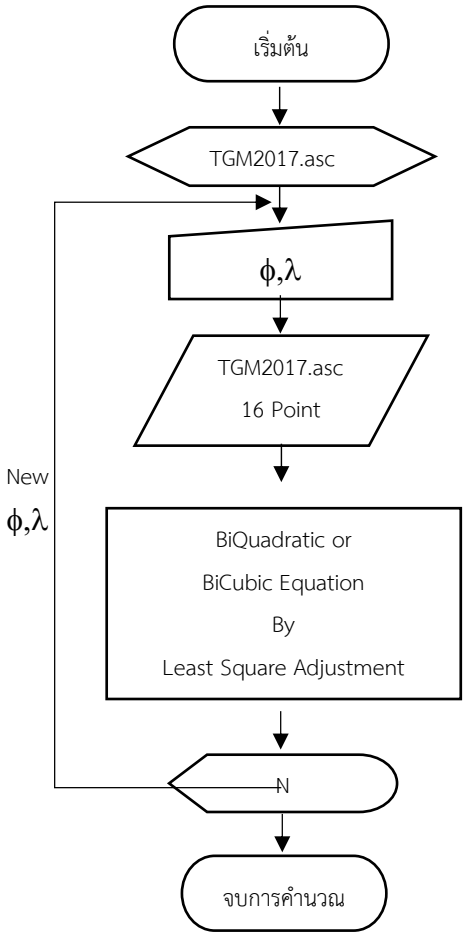
รูปที่ 7 ขั้นตอนการคำนวณโดยสมการเส้นตรง

การคำนวณประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น โดยสมการเส้นตรง คำนวณบนตารางเอ็กซ์เซล และเขียนเป็นฟังก์ชั่นในการคำนวณ โดยการอ่านค่าฐานข้อมูลจาก TGM2017.asc มาไว้บนตารางเอ็กซ์เซล กำหนดค่าละติจูดและลองจิจูดที่ต้องการหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น ทำการดึงค่าฐานข้อมูลระหว่างค่าที่กำหนดที่ต้องการหา มาสี่ชุดข้อมูล เข้าสูตรสมการเส้นตรง ก็จะคำนวณค่ายีออยด์อันดูเรชั่น ตรวจสอบโดยการพิจารณาค่ายีออยด์อันดูเรชั่นที่คำนวณได้อยู่ระหว่างค่ายีออยด์อันดูเรชั่นในสี่ชุดข้อมูล

3.3. ขั้นตอนการคำนวณโดยสมการเส้นโค้งกำลังสองและสมการเส้นโค้งกำลังสาม

การคำนวณประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น โดยสมการเส้นโค้งกำลังสอง(BiQuadratic Interpolation) และสมการโค้งกำลังสาม(BiCubic Interpolation) โดยสร้างแบบจำลองบนตารางเอ็กซ์เซลอ่านค่าจากฐานข้อมูล TGM2017.asc ทั้งหมดสิบหกจุด รอบค่าพิกัดภูมิศาสตร์ที่ต้องการประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น หาค่าสัมประสิทธิ์โดยใช้เทคนิคการปรับแก้กำลังสองน้อยที่สุด(Least Square Adjustment) หาค่าเศษเหลือ และแทนค่าสัมประสิทธิ์เข้าสมการเพื่อคำนวณหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น ตรวจสอบความถูกต้องและเขียนเป็นฟังก์ชั่นในการคำนวณหาบนตารางเอ็กซ์เซล

การประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่นที่จุดภูมิศาสตร์ใดๆ จะต้องทำการอ่านค่าจากฐานข้อมูล แล้วทำการหาค่าสัมประสิทธิ์ใหม่ทุกครั้ง



รูปที่ 8 ขั้นตอนการคำนวณโดยสมการเส้นตรง

4. ผลการดำเนินงาน

การอ่านข้อมูลจากไฟล์ TGM2017.asc เข้าในตารางข้อมูลในโปรแกรมเอ็กซ์เซล สามารถเปิดไฟล์ TGM2017.asc ได้เหมือนกับการเปิดข้อความตัวอักษร ซึ่งค่าที่อ่านได้จะไม่มีค่าละติจูดและลองจิจูด จำเป็นต้องใช้โปรแกรม TGM2017.exe ทดสอบหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น ปรากฏว่า ค่าละติจูดและค่าลองจิจูดจะเริ่มต้นที่มุมซ้ายบนของตารางข้อมูลในเอ็กซ์เซล แถวจะเป็นค่าลองจิจูด และหลักจะเป็นค่าละติจูด ช่องละหนึ่งลิปดา

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		95° 00'	95° 01'	95° 02'	95° 03'	95° 04'	...	108°00'
2	3° 00'	-35.867	-35.751	-35.647	-35.549	-35.453	-35.361	
3	3° 01'	-35.953	-35.839	-35.735	-35.639	-35.544	-35.453	
4	3° 02'	-36.043	-35.932	-35.827	-35.73	-35.636	-35.545	
5	3° 03'	-36.138	-36.026	-35.921	-35.824	-35.73	-35.639	
6	3° 04'	-36.233	-36.121	-36.017	-35.919	-35.827	-35.735	
7	...	-36.329	-36.218	-36.114	-36.016	-35.923	-35.834	
8	23° 00'							

รูปที่ 9 ตารางฐานข้อมูลยีออยด์อันดูเรชั่น

4.1. ผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นตรง(BILINEAR INTERPOLATE)

ผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยใช้สมการเส้นตรง ได้จากการคำนวณบนตารางเอ็กซ์เซล การเขียนฟังก์ชั่น และเขียนโปรแกรมวีบีเอ ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ มีค่ายีออยด์อันดูเรชั่นเท่ากันดังรูปที่ 10

ป้อนข้อมูล	ละติจุด				ลองจิจุด			
3<ละติจุด<23	องศา	ลิปดา	พิลิปดา	องศา.เศษองศา	องศา	ลิปดา	พิลิปดา	องศา.เศษองศา
95<ลองจิจุด<108	13	20	30	13.34166667	101	5	2	101.0838889
อ่านฐานข้อมูล		101.08333	101.1		ค่ายีออยด์อันดูเรชั่น			
TGM2017	13.333333	-28.081	-28.009		โปรแกรม	-28.0805		
	13.35	-28.085	-28.008		สูตร	-28.0805		
					ฟังก์ชั่น	-28.0805		

รูปที่ 10 การประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นตรง

การเปรียบเทียบผลการคำนวณประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นจากโปรแกรม TGM2017.exe กับการสร้างฟังก์ชั่นการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยใช้สมการเส้นตรง(BiLinear Interpolation) ได้ค่าต่างจากการประมวลผลใช้อันตรภาคชั้นละ 0.001 เมตร จำนวน 411 ข้อมูล ได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 11

หมุด	ละติจุด	ลองจิจุด	N by TGM2017.exe	Function LatLongToNudt	Function InTPLbyLong	Function-TGM2017	ค่าต่าง
1	14.86872389	100.0223578	-33.11325	-33.11331907	-33.11331907	-0.00007	0.0000691
2	15.12063694	100.2655864	-32.71304	-32.71309266	-32.71309266	-0.00005	0.0000527
3	15.57988833	100.1242844	-33.48126	-33.4824429	-33.4824429	-0.00098	0.0009843
4	15.23045389	100.1815936	-33.04782	-33.0479833	-33.0479833	-0.00016	0.0001633
5	15.75603111	99.81687389	-34.31591	-34.31622693	-34.31622693	-0.00032	0.0003169
6	14.90392111	99.67891639	-34.12216	-34.12380788	-34.12380788	-0.00165	0.0016479
7	15.5835625	99.86142056	-34.12872	-34.12787722	-34.12787722	0.00084	0.0008428
8	15.03664778	99.59909	-34.44416	-34.44406747	-34.44406747	0.00009	0.0000925
9	15.25488639	99.67906083	-34.38158	-34.38165922	-34.38165922	-0.00008	0.0000792
10	15.07892	100.93066	-30.85583	-30.85446501	-30.85446501	0.00136	0.0013650
11	14.79891667	100.65383	-31.3645	-31.36371154	-31.36371154	0.00079	0.0007885
12	15.23278889	100.6560672	-31.63628	-31.63705254	-31.63705254	-0.00077	0.0007725

อันตรภาคชั้นละ 0.001 เมตร	จำนวนค่าต่าง
0.0000040-0.001	299
0.001-0.002	64
0.002-0.003	18
0.003-0.004	13
0.004-0.005	3
0.005-0.006	2
0.006-0.007	1
0.010-0.011	2
0.014-0.015	1
0.015-0.016	1
0.016-0.017	1
0.017-0.018	1
0.018-0.019	1
0.019-0.02	1
0.022-0.023	1
0.024-0.025	1
0.031-0.032	1
ข้อมูลทั้งหมด	**411**

รูปที่ 11 การเปรียบเทียบประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นตรง(BiLinear Interpolation)

4.2. ผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นโค้งกำลังสอง(BIQUADRATIC INTERPOLATE)

ผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยใช้สมการเส้นโค้งกำลังสอง ได้จากการคำนวณบนตารางเอ็กซ์เซล การเขียนฟังก์ชั่น และเขียนโปรแกรมวีบีเอ ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ มีค่า ยีออยด์อันดูเรชั่นเท่ากันดังรูปที่ 12

รูปที่ 12 การประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นโค้งกำลังสอง

การเปรียบเทียบผลการคำนวณประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นจากโปรแกรม TGM2017.exe กับการสร้างฟังก์ชั่นการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยใช้สมการเส้นโค้งกำลังสอง(BiQuadratic Interpolation) ได้ค่าต่างจากการประมวลผลใช้อันตรภาคชั้นละ 0.001 เมตร จำนวน 411 ข้อมูล ได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 13

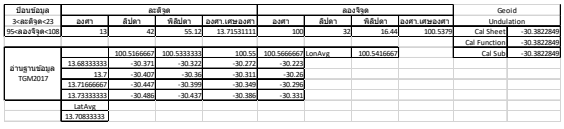
หมุด	ละติจุด	ลองจิจุด	N by TGM2017.exe	BiQuadratic	ค่าต่าง
1	14.86872389	100.0223578	-33.11325	-33.11296942	0.00028058
2	15.12063694	100.2655864	-32.71304	-32.7135458	-0.00050580
3	15.57988833	100.1242844	-33.48126	-33.48196731	-0.00070731
4	15.23045389	100.1815936	-33.04782	-33.04804046	-0.00058446
5	15.75603111	99.81687389	-34.31591	-34.31537068	0.00053932
6	14.90392111	99.67891639	-34.12216	-34.12156464	0.00059536
7	15.5835625	99.86142056	-34.12872	-34.12875067	-0.00003067
8	15.03664778	99.59909	-34.44416	-34.44535218	-0.00119218
9	15.25488639	99.67906083	-34.38158	-34.38188116	-0.00030116
10	15.07892	100.93066	-30.85583	-30.85603689	-0.00020689
11	14.79891667	100.65383	-31.3645	-31.36394859	0.00055141
12	15.23278889	100.6560672	-31.63628	-31.6369589	-0.00067890

อันตรภาคชั้นละ 0.001 เมตร	จำนวนค่าต่าง
0.000001-0.001	316
0.001-0.002	51
0.002-0.003	22
0.003-0.004	6
0.004-0.005	2
0.005-0.006	1
0.008-0.009	3
0.009-0.010	1
0.010-0.011	2
0.011-0.012	1
0.012-0.013	1
0.013-0.014	1
0.014-0.015	1
0.015-0.016	1
0.017-0.018	1
0.024-0.025	1
Grand Total	**411**

รูปที่ 13 การเปรียบเทียบประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นโค้งกำลังสอง(BiQuadratic Interpolation)

4.3. ผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นโค้งกำลังสาม(BICUBIC INTERPOLATE)

ผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยใช้สมการเส้นตรง ได้จากการคำนวณบนตารางเอ็กซ์เซล การเขียนฟังก์ชั่น และเขียนโปรแกรมวีบีเอ ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ มีค่ายีออยด์อันดูเรชั่นเท่ากันดังรูปที่ 14



รูปที่ 14 การประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นโค้งกำลังสาม

การเปรียบเทียบผลการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นจากโปรแกรม TGM2017.exe กับการสร้างฟังก์ชั่นการประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยใช้สมการเส้นโค้งกำลังสาม(BiCubic

Interpolation) ได้ค่าต่างจากการประมวลผลโดยใช้อันตรภาคชั้นละ 0.001 เมตร จำนวณ 411 ข้อมูล ได้ผลลัพธ์ ดังรูปที่ 15

หมุด	ละติจูด	ลองจิจูด	N by TGM2017.exe	BiCubic	ค่าต่าง
1	14.86872389	100.0223578	-33.11325	-33.11322853	0.00002147
2	15.12063694	100.2655864	-32.71304	-32.7134488	0.00040880
3	15.57988833	100.1242844	-33.48126	-33.48189303	0.00063303
4	15.23045389	100.1815936	-33.04782	-33.04861519	0.00079519
5	15.75603111	99.81687389	-34.31591	-34.31613099	0.00022099
6	14.90392111	99.67891639	-34.12216	-34.12267486	0.00051486
7	15.5835625	99.86142056	-34.12872	-34.12837133	0.00034867
8	15.03664778	99.59909	-34.44416	-34.44468937	0.00052937
9	15.25488639	99.67906083	-34.38158	-34.38166777	0.00008777
10	15.07892	100.93066	-30.85583	-30.85542286	0.00040714
11	14.79891667	100.65383	-31.3645	-31.36444234	0.00005766
12	15.23278889	100.6560672	-31.63628	-31.636089	0.00019100

อันตรภาคชั้นละ 0.001 เมตร	จำนวนค่าต่าง
0.000002-0.001	303
0.001-0.002	57
0.002-0.003	22
0.003-0.004	8
0.004-0.005	7
0.005-0.006	2
0.007-0.008	1
0.010-0.011	1
0.012-0.013	1
0.013-0.014	1
0.014-0.015	3
0.017-0.018	1
0.020-0.021	1
0.023-0.024	1
0.024-0.025	2
Grand Total	**411**

รูปที่ 15 การเปรียบเทียบประมาณค่ายีออยด์อันดูเรชั่นโดยสมการเส้นโค้งกำลังสาม(BiCubic Interpolation)

5. สรุปผล

การประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น(Interpulation of Geoid Undulation) จากฐานข้อมูล TGM2017.asc ในโครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย โดยใช้สมการเส้นตรง(BiLinear Interpolation) สมการเส้นโค้งกำลังสอง (BiQuadratic Interpolation) และสมการเส้นโค้งกำลังสาม (BiCubic Interpolation) จำลองการคำนวณ สร้างฟังก์ชั่นและเขียนโปรแกรมบนโปรแกรมเอ็กซ์เซล เปรียบเทียบกับโปรแกรมสำหรับการหาค่ายีออยด์อันดูเรชั่น TGM2017.exe จำนวนข้อมูลทั้งหมด 411 ข้อ ผลลัพธ์ที่ได้ในหัวข้อที่ 4 สรุปได้ว่า

การเปรียบเทียบโดยใช้สมการเส้นตรง(Bi-Linear Interpolation) มีค่าต่ำสุด 4E-06 เมตร และสูงสุด 3.2E-02 เมตร ค่าต่างของหมุด 411 ข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ในช่วง 4E-06-1E-03 เมตร ทั้งหมด 299 ข้อมูล

การเปรียบเทียบโดยใช้สมการเส้นโค้งกำลังสอง(Bi-Quadratic Interpolation) มีค่าต่ำสุด 1E-06 เมตร และสูงสุด 2.5E-02 เมตร ค่าต่างของหมุด 411 ข้อมูล ส่วนใหญ่อยู่ในช่วง 1E-06-1E-03 เมตร ทั้งหมด 316 ข้อมูล

การเปรียบเทียบโดยใช้สมการเส้นโค้งกำลังสาม(Bi-Cubic Interpolation) มีค่าต่ำสุด 2E-06 เมตร และสูงสุด 2.5E-02 เมตร ค่าต่างของหมุด 411 ข้อมูลส่วนใหญ่อยู่ในช่วง 2E-06-1E-03 เมตร ทั้งหมด 303 ข้อมูล

5.1. ข้อเสนอแนะ

การประมาณค่าช่วงยีออยด์อันดูเรชั่น พบว่าการใช้สมการเส้นโค้งกำลังสองให้ค่ายีออยด์อันดูเรชั่นมีความใกล้เคียงมากกว่าการใช้สมการเส้นตรง และสมการเส้นโค้งกำลังสาม ข้อเสนอแนะ

5.1.1. ทดสอบและเปรียบเทียบการรังวัดระดับโดยการรังวัดด้วยดาวเทียมกำหนดตำแหน่งโลก(GNSS) กับการเดินระดับ เปรียบเทียบค่าระดับและเปรียบเทียบค่าต่าง(DIFF)

5.1.2. สร้างกริดจากฐานข้อมูลเดิม TGM2017.ASC โดยมีขนาดกริดละเอียดขึ้นเป็น 10x10 พิลิปดา หรือขนาด 20x20 พิลิปดา หรือเป็นพื้นที่ของการใช้งาน

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณหน่วยงานของโครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย ที่เผยแพร่ข้อมูล และผู้เกี่ยวข้องทุกท่าน

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ สาขาวิศวกรรมสำรวจ เอื้อเฟื้อสถานที่ในการทำงาน

ขอขอบคุณ เว็บไซต์สำหรับสืบค้น ค้นหาข้อมูล

7. การอ้างอิง

[1] กรมแผนที่ทหาร, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. (2560). โครงการพัฒนาแบบจำลองยีออยด์ความละเอียดสูงของประเทศไทย, ประเทศไทย.

[2] Oluyori, P. D.*, Ono, M. N. and Eteje, S. O. (2019). Modelling of Orthometric heights from Multi-Networks of GNSS/Precise Levelling in FCT, Abuja. International Journal of Environment, Agriculture and Biotechnology (IJEAB), Vol-4, Issue-4, Jul-Aug- 2019, ISSN: 2456-1878, Nigeria.

[3] Oduyebo O. F., M. N. Ono, Eteje S. O. (2020). Comparison of Three Gravimetric-Geometric Geoid Models for Best Local Geoid Model of Benin City, HAL Id: hal-02431529, Nigeria.

[4] Ulku KIRICI, Yasemin Sisman. (2016). The Geoid Determination using Polynomial and Multiquadratic Interpolation,https://www.researchgate.net/publication/344630536, Yasemin Sisman uploade