การเสริมกำลังโครงสร้างพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยวิธีอัดแรงภายนอก
Strengthening of Reinforced Concrete Slabs by External Post-Tensioning

พิสณฑ์ อุดมวรรัตน์[1,*] อดิศร โอวาทศิริวงศ์[2] อำนาจ คำพานิช[3] และ ณัฐวุฒิ ธนศรีสถิตย์[4]

[1,4] ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า พระนครเหนือ กรุงเทพฯ

[2,3] บริษัท โพสเท็ค พรีสเตรสซิ่ง จำกัด ถ.พระราม 9 สวนหลวง กรุงเทพฯ

**Corresponding author; E-mail address: pisontit@gmail.com*

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการเสริมกำลังโครงสร้างพื้นคอนกรีตแสริมเหล็กด้วยวิธีอัดแรงภายนอกสำหรับอาคารที่มีการปรับเปลี่ยนน้ำหนักบรรทุกเกินกว่าที่ได้รับการออกแบบไว้เดิม ผู้เขียนได้สรุปแนวทางการออกแบบเสริมกำลัง วิธีการวิเคราะห์และประเมินตรวจสอบโครงสร้าง ตลอดจนวิธีการดำเนินการในการติดตั้งระบบเสริมกำลังและผลสัมฤทธิ์ที่คาดว่าจะได้รับภายหลังการเสริมกำลังแล้วเสร็จ จากการศึกษาพบว่า การเสริมกำลังพื้นด้วยวิธีอัดแรงภายนอกสามารถเพิ่มกำลังการรับโมเมนต์ดัดได้เป็นอย่างดี ช่วยลดการแอ่นตัวเนื่องจากมีความแข็งเกร็งที่เพิ่มขึ้น และช่วยลดการสั่นไหวในโครงสร้างจากการเปลี่ยนแปลงความถี่ธรรมชาติของการสั่นไหว

คำสำคัญ: การเสริมกำลังพื้น, อัดแรงภายนอก, โพสเทนชั่น

Abstract

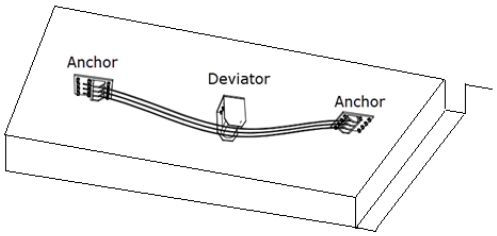
This article presents strengthening method for the overloaded reinforced concrete slabs by using External Post-Tensioning (EPT) technique. The authors summarizes the guidelines for strengthening design, analyzing and evaluating structures, installation procedures for strengthening the slabs, and the expected results achieved after the strengthening has been completed. From the study, strengthened slabs by EPT can increase the bending moment capacity very well. It can reduce slab deflection by increasing the slab stiffness and reduce vibration by changing structural natural frequency.

Keywords: External Post-Tensioning, EPT, RC slab

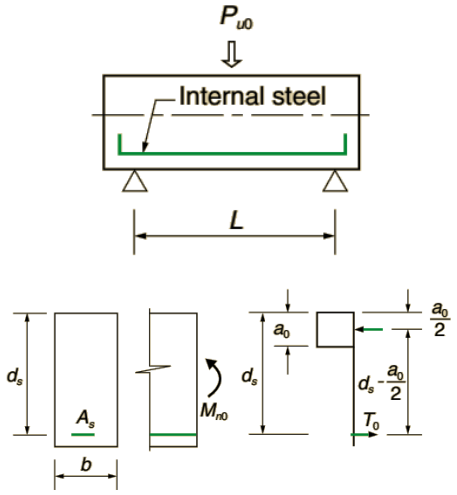
1. คำนำ

โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กเป็นจำนวนมากต้องได้รับการเสริมกำลังโครงสร้าง เนื่องจากเป็นโครงสร้างเก่าใช้งานเป็นระยะเวลายาวนาน ทำให้เกิดการเสื่อมสมรรถภาพในการใช้งาน หรือโครงสร้างที่มีการปรับเปลี่ยนรูปแบบการใช้งานทำให้มีการปรับเปลี่ยนน้ำหนักบรรทุก การเสริมกำลังด้วยวิธีอัดแรงภายนอก (External Post-Tensioning, EPT) เป็นวิธีการเสริมกำลังที่ค่อนข้างใหม่สำหรับประเทศไทย แต่ในต่างประเทศมีการประยุกต์ใช้งานในการเสริมกำลังคานสะพาน คานคอนกรีตเสริมเหล็ก พื้นอาคาร หรือโครงสร้างอื่น ๆ มากกว่า 20 ปี เนื่องจากมีข้อดีในการควบคุมแรงดึงในลวดได้ ซึ่งสามารถช่วยยกปรับระดับการแอ่นตัวของพื้น ควบคุมหน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่ผิวบนและท้องพื้นได้ ทำให้เพิ่มความสามารถในการรับโมเมนต์ดัดเนื่องจากแขนของโมเมนต์ที่เพิ่มขึ้น นอกจากนั้นแล้ว ในกรณีที่เกิดการสั่นไหวเนื่องจากความแข็งเกร็งของโครงสร้างไม่เพียงพอ (Low stiffness) ระบบดังกล่าวจะช่วยปรับลักษณะการถ่ายแรงให้โครงสร้างมีเสถียรภาพมากยิ่งขึ้น

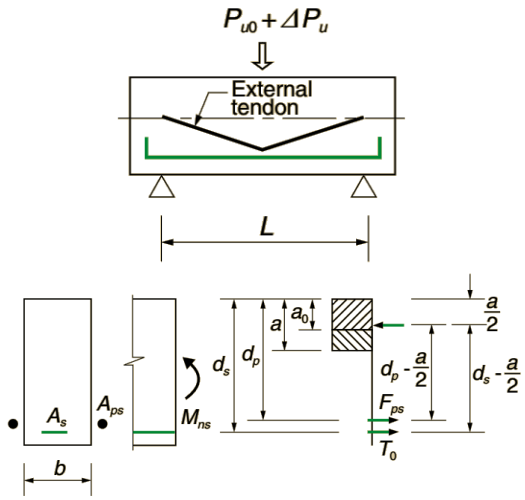
ส่วนประกอบหลักของการเสริมกำลังประกอบด้วย ลวดตีเกลียวกำลังสูง สมอยึด (Anchor) และ อุปกรณ์ปรับความสูง (Deviator) ซึ่งทำการติดตั้งดังแสดงในรูปที่ 1 ลวดตีเกลียวจะถูกร้อยผ่านสมอยึดและตัวปรับความสูง จากนั้นทำดึงลวดที่ปลายสมอยึดจะทำให้เกิดแรงพยุง (Balanced load) กระทำที่ท้องพื้น การเสริมกำลังแบบอัดแรงภายนอกเป็นลักษณะ Active control ซึ่งสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามหลักการของแรงพยุง (Load balancing) ซึ่งอาจจะเป็นข้อได้เปรียบที่เหนือกว่าการเสริมกำลังด้วยวิธีแปะแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ที่มีลักษณะเป็น Passive control สามารถช่วยในกรณีที่ต้องการปรับระดับการแอ่นตัวของพื้น นอกจากนั้นแล้วยังช่วยปรับปรุงคุณสมบัติทางพลศาสตร์ของโครงสร้างบางประการ ซึ่งจะเป็นส่วนช่วยในการลดการสั่นของพื้นได้เป็นอย่างดี จากผลการศึกษาและนำไปสู่การปฏิบัติจริงของผู้เขียนพบว่า วิธีดังกล่าว สามารถช่วยลดการแอ่นตัวของพื้นได้และสามารถช่วยลดการสั่นไหวโดยพิจารณาความเร่งในแนวดิ่งของพื้นคอนกรีตลดลงได้ประมาณ 10-30%



รูปที่ 1 อุปกรณ์เสริมกำลังแบบอัดแรงภายนอก



ก) ระบบก่อนการเสริมกำลัง



ข) ระบบหลังการเสริมกำลัง

รูปที่ 2 กำลังรับโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดวิกฤติบริเวณกลางพื้นหรือคาน

2. การคำนวณออกแบบระบบเสริมกำลัง

2.1 การออกแบบที่สภาวะประลัย (Ultimate stage)

กำลังรับโมเมนต์ดัดของหน้าตัดของพื้นหรือคาน (Moment capacity) สามารถพิจารณาระบบโครงสร้างแบบช่วงเดียว (Simple-span structure) ซึ่งหลักการดังกล่าวยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับระบบโครงสร้างที่ซับซ้อนขึ้น เช่น โครงสร้างแบบหลายช่วง (Multi-span structure)

เมื่อพิจารณากำลังรับโมเมนต์ดัดของหน้าตัดก่อนการเสริมกำลัง (รูปที่ 2 ก) สามารถเขียนได้ดังแสดงในสมการที่ (1)

$$M_{n0} = T_0\left(d_s - \frac{a_0}{2}\right) \tag{1}$$

โดยที่ M_{n0} คือ กำลังรับโมเมนต์ดัดก่อนการเสริมกำลัง, T_0 คือ แรงดึงในเหล็กเสริม, d_s คือ ระยะความลึกของตำแหน่งเหล็กเสริม, a_0 คือ ความลึกของ Rectangular stress block ก่อนการเสริมกำลัง

$$a_0 = \frac{T_0}{0.85bf_c^{'}} = \frac{A_s f_y}{0.85bf_c^{'}} \tag{2}$$

โดยที่ b คือ ความกว้างของพื้นหรือคาน, f'_c คือ กำลังอัดของคอนกรีต , A_s คือ เนื้อที่ของเหล็กเสริม, f_y คือ กำลังที่จุดครากของเหล็กเสริม

สำหรับกำลังรับโมเมนต์ภายหลังการเสริมกำลัง(รูปที่2 ข) สามารถเขียนได้ดังแสดงในสมการที่ (3)

$$\begin{aligned} M_{ns} &= T_0\left(d_s - \frac{a_0}{2}\right) + F_{ps}\left(d_p - \frac{a}{2}\right) \\ &= T_0\left(d_s - \frac{a_0}{2}\right) + F_{ps}\left(d_p - \frac{a_0 + a}{2}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

โดยที่ M_{ns} คือ กำลังรับโมเมนต์ดัดภายหลังการเสริมกำลัง, F_{ps} คือ แรงดึงในลวดอัดแรงขณะวิบัติ, d_p คือ ระยะความลึกของตำแหน่งลวดอัดแรง, a คือ ความลึกของ Rectangular stress block ของหน้าตัดภายหลังการเสริมกำลัง

$$a = \frac{T_0 + F_{ps}}{0.85bf_c^{'}} = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}{0.85bf_c^{'}} \tag{4}$$

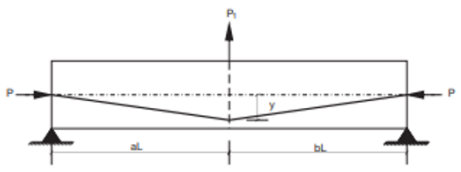
โดยที่ M_{ns} คือ กำลังรับโมเมนต์ดัดภายหลังการเสริมกำลัง, A_{ps} คือ เนื้อที่หน้าตัดของลวดอัดแรง, f_{ps} คือ ความเค้นของลวดอัดแรง ณ จุดประลัยของหน้าตัด

$$\Delta M_n = M_{ns} - M_{n0} = F_{ps}\left(d_p - \frac{a_0 + a}{2}\right) \tag{5}$$

กำลังรับโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้น ΔM_n ของการเสริมกำลังสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (5) ทั้งนี้ ภายหลังจากการเสริมกำลัง การวิบัติที่สภาวะประลัยยังคงเป็นการวิบัติแบบเหนียว (Ductile failure หรือ Tension control) การวิเคราะห์โดยละเอียดซึ่งพิจารณาถึงปัจจัยอื่นๆ ที่มีผลต่อกำลังรับแรงดัดที่เพิ่มขึ้นสามารถค้นคว้าเพิ่มเติมได้จากเอกสารอ้างอิง [1-3]

2.2 การออกแบบที่สภาวะใช้งาน (Service stage)

ในการคำนวณออกแบบหน้าตัดที่สภาวะใช้งานของการเสริมกำลังนั้น ลวดอัดแรงที่เสริมเข้าไปจะเกิดแรงพยุงกระทำในทิศทางพุ่งขึ้นดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 แรงพยุงที่เกิดจากลวดอัดแรง

วิธีการคำนวณจะใช้วิธี Load balancing [4] โดยพิจารณาให้ระบบเสริมกำลังเสมือนแรงภายนอกกระทำกับโครงสร้างในทิศทางพุ่งขึ้น โดยไม่พิจารณาการเพิ่มขึ้นของ stiffness ของระบบเสริมกำลัง ที่สภาวะใช้งานจำเป็นต้องตรวจสอบค่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่ผิวคอนกรีต เพื่อควบคุมไม่ให้หน่วยแรงเกินกว่าค่าที่ยอมให้ตามข้อกำหนดของ ACI318 สมการสำหรับตรวจสอบหน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่ผิวบนและผิวล่างดังแสดงในสมการที่ (6) และ (7) ตามลำดับ

$$f^{top} = -\frac{F}{A} - \frac{M_{net}}{S^{top}} \quad (6)$$

$$f^{bot} = -\frac{F}{A} + \frac{M_{net}}{S^{bot}} \quad (7)$$

โดยที่ M_{net} คือ ผลรวมของโมเมนต์ดัด เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกสุทธิ (Net weight) ที่กระทำกับโครงสร้าง, M_{DL+LL} คือโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นจากน้ำหนักบรรทุก M_{EPT} คือโมเมนต์ดัดที่เกิดจากผลของการอัดแรงในระบบเสริมกำลัง และ M_p คือโมเมนต์ดัดคงค้างเดิมหากเป็นระบบอัดแรง

$$M_{net} = M_{DL+LL} - M_{EPT} - M_p \quad (8)$$

3. ตัวอย่างการเสริมกำลังในโครงสร้างพื้นคอนกรีตอัดแรง

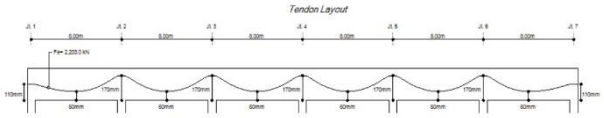
ในส่วนนี้จะเป็นการปรับปรุงแก้ไขและเสริมกำลังโครงสร้างพื้นคอนกรีตอัดแรงที่ได้ดำเนินการเป็นที่เรียบร้อยแล้ว โดยโครงสร้างเดิมของพื้นอาคารเป็นอาคารจอดรถซึ่งต้องการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นห้องสัมมนาจัดเลี้ยง ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุก

โครงสร้างพื้นเดิมเป็นพื้นคอนกรีตอัดแรงหนา 0.22 ม. ระยะช่วงเสา 8 ม. รองรับด้วยเสาคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 0.7x0.7 ม. ขนาดพื้นที่ประมาณ 2500 ตร.ม. จากการตรวจสอบพบว่าโครงสร้างเดิมไม่สามารถรองรับพิกัดน้ำหนักบรรทุกใช้งานใหม่ คือ SDL = 120 กก./ตร.ม. และ LL = 500 กก./ตร.ม. โดยพื้นดังกล่าวไม่สามารถรับโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นได้ (โครงสร้างเดิมรับได้ LL = 320 กก./ตร.ม.) นอกจากนั้นแล้วความหนาของพื้นเดิมไม่เพียงพอต่อแรงเฉือนทะลุที่หัวเสา (โครงสร้างเดิมรับได้ LL = 240 กก./ตร.ม.)

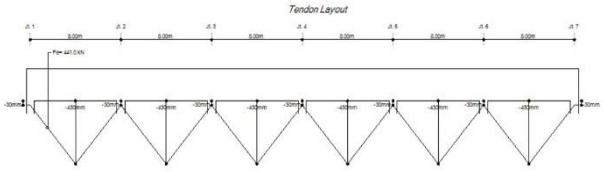
3.1. การคำนวณออกแบบเสริมกำลังดัดด้วยลวดอัดแรง

ในการคำนวณออกแบบเสริมกำลังดัดด้วยลวดอัดแรงจะทำการวิเคราะห์โดยวิธีเฟรมเสมือน (Equivalent frame method) ซึ่งจะพิจารณา Design strip ตามระนาบแนวเสา การวิเคราะห์จะใช้โปรแกรม PTDATA [5,6]

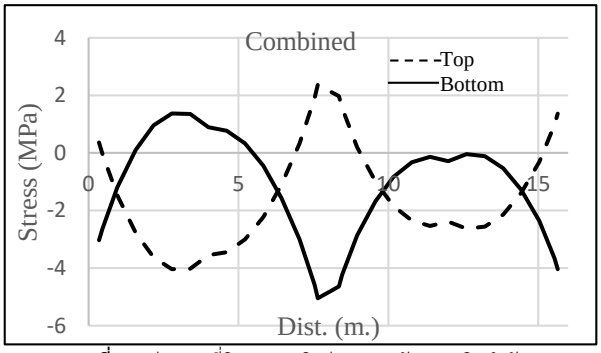
รูปที่ 4 แสดงโครงสร้างพื้นและแนวลวดอัดแรงเดิม (Tendon profile) รูปที่ 5 แสดงโครงสร้างพื้นและระบบเสริมกำลังด้วยลวดอัดแรง EPT ในการคำนวณที่สภาวะใช้งานนั้น หน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่ผิวคอนกรีตสามารถคำนวณได้ดังในหัวข้อ 2.2 ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงจากน้ำหนักบรรทุก DL+LL และหน่วยแรงจากระบบเสริมกำลัง EPT ทั้งสองแบบสามารถรวม



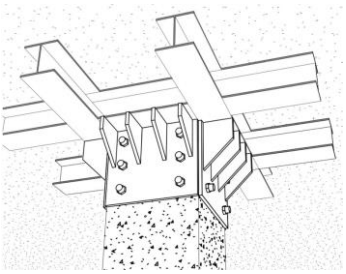
รูปที่ 4 โครงสร้างพื้นและแนวลวดอัดแรงเดิม



รูปที่ 5 โครงสร้างพื้นและระบบเสริมกำลัง EPT



รูปที่ 6 หน่วยแรงที่ผิวบนและผิวล่างภายหลังการเสริมกำลัง EPT

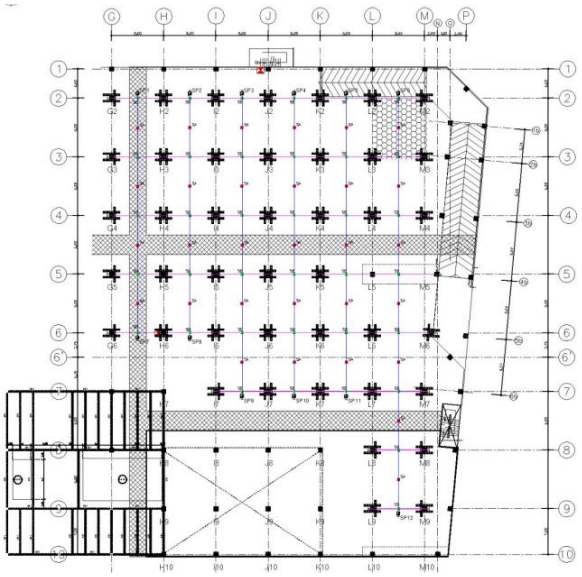


รูปที่ 7 Steel collar

หน่วยแรงโดยวิธี Super position และให้เป็นไปตามข้อกำหนด ACI318 ดังรูปที่ 6 ซึ่งแสดงหน่วยแรงที่ผิวด้านบนและด้านล่างของพื้นหลังการเสริมกำลัง

3.2. การคำนวณออกแบบเสริมกำลังรับแรงเฉือนทะลุบริเวณหัวเสา

จากการตรวจสอบความหนาพื้นที่บริเวณหัวเสาด้วยโปรแกรม PTPUNCH [7] พบว่า พื้นเดิมสามารถรองรับน้ำหนักได้เพียง LL = 240 กก./ตร.ม. ดังนั้นจึงต้องทำการออกแบบเสริมกำลังด้วยการติดตั้ง Steel collar ดังรูปที่ 7 เพื่อช่วยถ่ายแรงเฉือนจากพื้นผ่านไปยังเหล็ก H-Beam และเข้าสู่เสาได้โดยตรง ที่สภาวะใช้งานนั้น การถ่ายแรงเฉือนจะเป็นไปตามสัดส่วนของ Bending stiffness ของพื้นและ H-Beam แต่ที่สภาวะประลัยจะพิจารณาให้ Steel collar รับแรงเฉือนไปทั้งหมดเนื่องจากการวิบัติของพื้นคอนกรีตอัดแรงภายใต้แรงเฉือนทะลุมีลักษณะการวิบัติแบบฉับพลัน (Brittle shear failure) ซึ่งไม่มีความเหนียว



รูปที่ 8 แปลนแสดงแนวลวดเสริมกำลัง EPT

3.3. การตรวจสอบกำลังรับแรงดัดที่สภาวะประลัย

ภายหลังการออกแบบระบบเสริมกำลังที่สภาวะใช้งาน และการออกแบบเสริมกำลังการเฉือนทะลุเป็นที่เรียบร้อยแล้ว จำเป็นต้องมีการตรวจสอบกำลังรับโมเมนต์ดัดที่สภาวะประลัย โดยที่น้ำหนักบรรทุกที่สภาวะประลัยจะคำนวณจากน้ำหนักบรรทุกตามข้อกำหนด ACI318 คือ 1.2DL+1.6LL จากการวิเคราะห์พบว่าภายหลังการเสริมกำลัง EPT พื้นสามารถรับแรงดัดที่เพิ่มขึ้นและสามารถรับพิกัดน้ำหนักใหม่ที่เพิ่มขึ้นได้

4. ขั้นตอนการติดตั้งระบบเสริมกำลัง EPT

4.1. การประเมินสภาพโครงสร้างเดิม

การสำรวจและประเมินสภาพโครงสร้างเดิมนับว่ามีความสำคัญ เพื่อให้ทราบว่าโครงสร้างเดิมมีความบกพร่องและเป็นไปตามแบบก่อสร้างหรือไม่ การทดสอบแบบทำลาย เช่น การเจาะตัวอย่างคอนกรีตเพื่อทดสอบกำลังอัด หรือ การทดสอบแบบไม่ทำลาย เช่น การวัดกำลังอัดโดยใช้ Rebound hammer การตรวจสอบความสมบูรณ์ของคอนกรีตโดยวิธี Ultrasonic Pulse Velocity จะมีส่วนช่วยให้การพิจารณาข้อมูลโครงสร้างมีความถูกต้องแม่นยำยิ่งขึ้น

4.2. การติดตั้งระบบเสริมกำลัง EPT

การกำหนดรูปแบบระบบเสริมกำลัง EPT จะพิจารณาจากจำนวนลวดที่ใช้ในการทำ Load balancing และตำแหน่งการติดตั้งของอุปกรณ์ สมอยึด (Anchor) และ ตัวปรับความสูง (Deviator) โดยแนวทางการถ่ายแรง Load paths ต้องพยายามให้เข้าสู่เสาได้โดยตรง การวางแนวลวดอาจทำในรูปแบบตั้งฉาก Orthogonal layout ดังแสดงในรูปที่ 8

ตำแหน่งของการติดตั้งของอุปกรณ์จะต้องพยายามเลี่ยงแนวลวดเดิมที่ฝังในพื้นเพื่อป้องกันความเสียหายที่จะอาจเกิดขึ้น เครื่องมือ Ground Penetrating Radar, GPR สามารถช่วยระบุตำแหน่งแนวลวดเดิมได้อย่างแม่นยำดังแสดงในรูปที่ 9

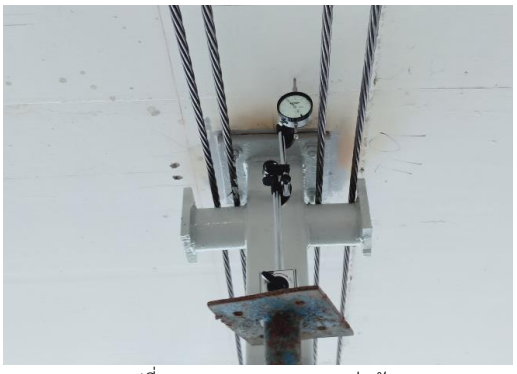
รูปที่ 9 การระบุตำแหน่งแนวลวดเดิมโดย GPR

รูปที่ 10 การติดตั้งสมอยึดและลวดเสริมกำลัง EPT

รูปที่ 11 การเสริมกำลังด้วยวิธี EPT

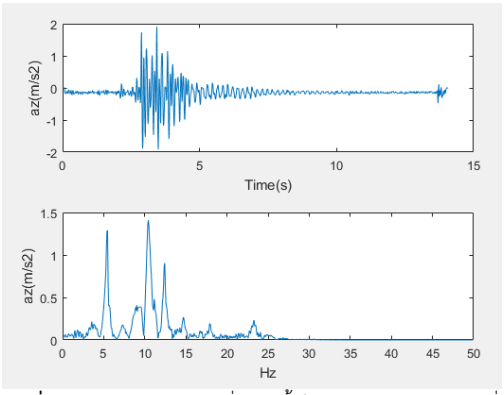
ดังรูปที่ 10 การติดตั้งสมอยึดและตัวปรับความสูงกับพื้นคอนกรีตสามารถใช้พุกเคมี (Chemical bolt) การถ่ายแรงดึงในลวดเสริมกำลัง EPT สามารถถ่ายเข้าสู่พื้นคอนกรีตโดยผ่านทางแรงเฉือนจากพุกได้อย่างปลอดภัย ปริมาณแรงดึงในลวดเสริมกำลัง EPT แต่ละเส้นจะทำการดึงด้วยปริมาณแรงที่ได้ทำการออกแบบไว้ซึ่งอยู่ระหว่าง 40%-65% ของแรงดึงประลัยของลวดเพื่อให้มั่นใจได้ว่าระบบภายหลังการเสริมกำลังทำงานตามที่ได้คำนวณออกแบบไว้ในหัวข้อ 2

รูปที่ 11 แสดงการเสริมกำลังพื้นด้วยวิธี EPT หลังจากการติดตั้งแล้วเสร็จ ซึ่งจะเห็นว่าการเสริมกำลังด้วยวิธีอัดแรงภายนอกยังคงดูสวยงามและไม่กีดขวางแนวท่องานระบบหรือรางไฟที่หิ้วกับท้องพื้น



รูปที่ 12 การตรวจสอบระยะแอ่นตัว

รูปที่ 13 การตรวจวัดการสั่นสะเทือนของพื้น



รูปที่ 14 ผลการตรวจวัดการสั่นของพื้นในรูปของเวลาและความถี่

4.3. การประเมินและการทดสอบของการเสริมกำลัง EPT

ระหว่างที่ทำการดึงลวดด้วยเครื่องมือ Hydraulic jack การเพิ่มแรงดึงในลวดจะเพิ่มในลักษณะขั้นบันได เช่น 25% 50% 75% และ 100% ของแรงดึงสุดท้ายที่คำนวณออกแบบไว้ ระหว่างการเพิ่มแรงดึงจะมีการบันทึกข้อมูลลักษณะกายภาพที่เปลี่ยนไป เช่น รอยแตกร้าว(ถ้ามี) ระยะของปลายลวดที่เปลี่ยนไป (Elongation) ระยะการแอ่นตัวในทิศทางพุ่งขึ้น (Deflection) ดังแสดงในรูปที่ 12 ทั้งนี้ข้อมูลดังกล่าวสามารถใช้ในการสอบเทียบ (Calibration) กับแบบจำลองการวิเคราะห์ทางโครงสร้างได้

ในกรณีที่พื้นมีการสั่นมาก การเสริมกำลังโดยวิธี EPT จะช่วยปรับปรุงความแข็งเกร็งของโครงสร้าง (Stiffness) เพิ่มมากขึ้นโดยการลดระยะการแอ่นตัวและปรับเปลี่ยนความถี่การสั่นพื้นฐาน (Natural frequency) เพื่อหลีกเลี่ยงความถี่พ้องกัน (Resonance) เนื่องจากความถี่ของแรงกระทำ จากข้อมูลการตรวจวัดการสั่นสะเทือนของพื้นก่อนและหลังการเสริมกำลัง พบว่า สามารถช่วยลดการสั่นสะเทือน 10%-30% ดังแสดงในรูปที่ 13-14

5. บทสรุป

การเสริมกำลังโครงสร้างพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยวิธีอัดแรงภายนอกเป็นวิธีการอัดแรงภายนอกเป็นวิธีการเสริมกำลังที่น่าสนใจและเป็นทางเลือก โดยจุดเด่นของการเสริมการกำลังโดยวิธีนี้จะเป็นลักษณะ active control สามารถควบคุมการแอ่นตัวของพื้นและหน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่ผิวคอนกรีต นอกจากนั้นแล้วการเสริมกำลังยังเพิ่มความสามารถต้านทานโมเมนต์ดัดเพื่อการรับน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มขึ้นและยังสามารถลดการสั่นสะเทือนในโครงสร้างได้เป็นอย่างดี

เอกสารอ้างอิง

[1] Tan, K. H. and Kong, D., (2009). A direct design approach for strengthening simple-span beams with external post-tensioning, PCI Journal, Fall edition, pp.48-72.

[2] American Concrete Institute (ACI) Committee 318, (2008). Building code requirement for structural concrete and commentary, Farmington Hills, MI.

[3] Naaman, A. E. and Alkhairi, F. M., (1991). Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons, Part 2-Proposed Methodology. ACI Structural Journal, V.88, No.6, pp.683-692.

[4] Lin, T. Y., (1963). Load balancing method for design and analysis of prestressed concrete structures, Journal of the American Concrete Institute, V.60, No.6 (June), pp.719-741.

[5] Seneca Software Solution, (2011). PTDATA Software, Post-tensioning design and analysis program. Laguna Hills, CA.

[6] Bondy, K. D. and Allred, B. (2016). Post-tension concrete principles and practice. Lulu Publishing, pp.207-212.

[7] Posteck Prestressing (2017). PTPUNCH Software, Analysis and design software for punching shear on PT/RC slabs. Bangkok, Thailand.