การวิเคราะห์จุดจอดแล้วจรด้วยปัญหาพี-ฮับ ภายใต้ข้อจำกัดความจุ
P-hub problem for park and ride facility location with congestion

ปิยธิดา นิยมสำรวจ[1*] ทรงยศ กิจธรรมเกษร[2]

[1,2] ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จ.เชียงใหม่
**Corresponding author; E-mail address: songyot@eng.cmu.ac.th*

บทคัดย่อ

ปัญหาการจราจรเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นและพบได้มากในพื้นที่เขตเมือง ปัญหาดังกล่าวเกิดจากการนิยมใช้ยานพาหนะส่วนบุคคลในการเดินทางภายใต้ความจุของถนนที่มีอย่างจำกัดจึงมีการผลักดันให้มีการใช้ระบบขนส่งสาธารณะ เพื่อลดปริมาณการจราจรบนถนน การสร้างจุดจอดแล้วจร (Park and Ride) เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ผู้เดินทางหันมาใช้ระบบขนส่งสาธารณะ เป็นจุดเชื่อมต่อการเดินทางระหว่างยานพาหนะส่วนบุคคลและระบบขนส่งสาธารณะ การคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งที่ต้องพิจารณาปฏิสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเดินทางและความสามารถในการให้บริการของจุดจอดแล้วจรในพื้นที่ที่จะทำการคัดเลือก โดยการศึกษานี้พัฒนาแบบจำลองพี-ฮับบนพื้นฐานแบบจำลองพหุนามโลจิต (Multinomial Logit) เพื่อคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรที่สามารถดึงดูดจำนวนผู้ใช้สูงสุด ภายใต้ข้อจำกัดด้านงบประมาณและความจุของจุดจอดแล้วจร เทคนิค special ordered sets of Type 2 (SOS2) ได้นำมาปรับใช้เพื่อเปลี่ยนสมการข้อจำกัดแบบไม่เป็นเชิงเส้นตรง (Non-linear) ให้เป็นสมการข้อจำกัดแบบเชิงเส้น (Linear) ซึ่งผลจากการวิเคราะห์พบว่า แบบจำลองดังกล่าวที่เป็นโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed Integer Linear Programming (MILP)) ให้ผลลัพธ์สอดคล้องกับพฤติกรรมตามพหุนามโลจิต ภายใต้ข้อจำกัดเชิงกายภาพของพื้นที่ในการสร้างจุดจอดแล้วจร

คำสำคัญ: จุดจอดแล้วจร, แบบจำลองพี-ฮับ, พหุนามโลจิต, โปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม

Abstract

Traffic congestion is a major problem in urban areas. This problem is usually occurred from the number of private vehicles in a limited road capacity. One good solution to deal with this problem is to encourage travelers to use public transportation system. Park and ride facility supports such encouragement. Therefore, the site selection of park and ride facility is an important factor. This study provides a p-hub problem for park and ride facility location. A classical p-hub problem is integrated with the Multinomial Logit (MNL) model to consider the travel choice behavior under the optimal facility location. Specifically, the Special Ordered Sets of Type 2 (SOS2) is used to consider the congestion effect. The result shows that the proposed Mixed Integer Linear Programming (MILP) conform with Multinomial logit within the constraints.

Keywords: Park and Ride, p-Hub Model, Multinomial Logit, Mixed Integer Linear Programming

1. บทนำ

จุดจอดแล้วจร (park and ride) เป็นจุดที่ผู้เดินทางใช้สำหรับเปลี่ยนการเดินทางจากการใช้ยานพาหนะส่วนบุคคลมาใช้ระบบขนส่งสาธารณะ โดยแนวความคิดอย่างง่ายของจุดจอดแล้วจรคือ ผู้เดินทางจะเดินทางจากจุดต้นทางด้วยยานพาหนะส่วนบุคคลแล้วนำมาจอดไว้ที่จุดจอดแล้วจร จากนั้นผู้เดินทางจะเปลี่ยนการเดินทางมาใช้ระบบขนส่งสาธารณะ เช่น ขนส่งระบบราง ระบบขนส่งทางอากาศ เป็นต้น การคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งที่ต้องพิจารณาปฏิสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเดินทางของผู้เดินทางและความสามารถในการให้บริการของจุดจอดแล้วจรในพื้นที่ที่จะทำการคัดเลือก การคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรสามารถทำได้หลายวิธีด้วยกัน Bolger และคณะ (1992) ได้ทำการศึกษาการวางแผนและออกแบบจุดจอดแล้วจรสำหรับระบบขนส่งรางเบาที่เมืองคาลการี โดยจุดจอดแล้วจรเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของระบบขนส่งรางเบาที่เมืองคาลการี ซึ่งตามเส้นทางของระบบขนส่งรางเบา 29 กิโลเมตรมีการใช้จุดจอดแล้วจรสำหรับการจอดแบบระยะยาว (long-term parking) มากกว่า 90 เปอร์เซ็นต์ และ 2 ใน 3 ของสถานีเปลี่ยนถ่ายผู้โดยสารของระบบขนส่งสาธารณะรางเบามีการใช้จุดจอดแล้วจร 100 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นเพื่อที่จะหาความต้องการในการใช้จุดจอดแล้วจรของระบบขนส่งรางเบาที่เมืองคาลการี โดย Bolger และคณะ ได้พัฒนาวิธีการโดยพิจารณาจากจำนวนผู้ใช้ระบบขนส่งสาธารณะในสถานีในเขตพื้นที่อิทธิพลที่มีการใช้รถยนต์ส่วนบุคคลในการเดินทางเพื่อมาที่ระบบขนส่งสาธารณะรางเบา โดยจะมีการหาเขตพื้นที่ที่มีอิทธิพลต่อการใช้จุดจอดแล้วจรเพื่อใช้สำหรับประมาณค่าความต้องการในการใช้จุดจอดแล้วจร จากนั้น

จะเริ่มทำกระบวนการในการพยากรณ์ความต้องการในการใช้จุดจอดแล้วจร 5 ขั้นตอน [1] Wang และคณะ (2004) ได้ทำการตรวจสอบหาตำแหน่งที่เหมาะสมและราคาของจุดจอดแล้วจรในเมืองที่อยู่ตามเส้นทางคมนาคม โดยลักษณะของเมืองที่ศึกษาจะมีบ้านพักอาศัยกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอจากใจกลางเมืองไปยังแถบชานเมือง และการเดินทางทั้งหมดเป็นการเดินทางจากบ้านพักอาศัยเพื่อเข้าไปยังใจกลางเมือง จึงมีการใช้แบบจำลอง User Equilibrium ในการเลือกรูปแบบในการเดินทางสำหรับก่อน-หลังมีการใช้จุดจอดแล้วจร จากนั้นจะนำมาทำการ Optimization โดยจะทำการหากำไรสูงสุด (maximize profit) หาค่าใช้จ่ายในการเดินทางต่ำสุด (minimize social cost) ของตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจร และการเก็บค่าจอดรถ จากนั้นจะนำมาเปรียบเทียบกัน [2] Farhan และ Murray (2008) มีการมุ่งเน้นถึงความกังวลเกี่ยวกับการเลือกตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรอยู่ 3 สิ่งหลัก ได้แก่ ศักยภาพในการรองรับความต้องการต้องมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ ตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรต้องอยู่ใกล้กับถนนสายหลักที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ และการเลือกสิ่งอำนวยความสะดวกอยู่ในบริบทของระบบเดิมที่มีอยู่ จึงได้มีการใช้แบบจำลองการเพิ่มประสิทธิภาพเชิงพื้นที่ที่หลากหลายวัตถุประสงค์ (Multi-objective spatial optimization model) สำหรับการพิจารณาหาตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรที่สามารถพิจารณา 3 สิ่งหลักได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการการเลือกตำแหน่งสิ่งอำนวยความสะดวกอยู่ในบริบทของระบบเดิมที่มีอยู่ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับระบบขนส่งสาธารณะ [3] Felipe Aros-Vera และคณะ (2013) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับวิธีพี-ฮับ (P-Hub) สำหรับปัญหาการหาตำแหน่งที่ตั้งที่เหมาะสมสำหรับจุดจอดแล้วจร ซึ่งเป็นวิธีการสำหรับใช้หาตำแหน่งที่ตั้งที่เหมาะสมที่สุดของจุดจอดแล้วจร โดยได้เสนอให้ใช้การผสมผสานสมการทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นและแบบจำลองพหุนามโลจิต (Multinomial Logit Model) ในการหาตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรโดยใช้การทำ maximized และมีการจำลองให้จุดจอดแล้วจรมีลักษณะเป็น hubs และให้ผู้เดินทางสามารถเดินทางได้โดยใช้จุดจอดแล้วจรหรือใช้การเดินทางด้วยรถยนต์ส่วนบุคคลเพียงอย่างเดียวเพื่อไปยังจุดหมายปลายทาง [4] Ziqi Song และคณะ (2017) ได้นำเสนอการบูรณาการกรอบการวางแผนเพื่อการหาตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจร และเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพความจุของจุดจอดแล้วจรพร้อมกับเพิ่มความถี่ของการใช้บริการด้านการขนส่งสาธารณะ ซึ่งพฤติกรรมการเลือกเส้นทางของผู้ใช้จุดจอดแล้วจรจะถูกพิจารณาอย่างชัดเจนและมีการใช้แบบจำลอง link-based multimodal user equilibrium ในการพิจารณา โดยตำแหน่งที่ตั้งและความจุที่เหมาะสมของจุดจอดแล้วจรและปัญหาการออกแบบด้านบริการของการขนส่งสาธารณะถูกทำให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ (mathematical program with complementarity constraints ;MPCC) และขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับวิธี active-set ที่ถูกพัฒนาเพื่อแก้ปัญหาการออกแบบที่เหมาะสมอย่างมีประสิทธิภาพ โดยตัวอย่างการคำนวณถูกใช้เพื่อแสดงให้เห็นว่าการออกแบบที่เหมาะสมทำให้ผู้โดยสาร[5] Jose Holguin-Veras (2012) ได้พัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การวิเคราะห์เพื่อให้ได้ตำแหน่งที่ตั้งที่เหมาะสมที่ และประมาณศักยภาพของพื้นที่ที่มีอิทธิพลของจุดจอดแล้วจร โดยสมการทางคณิตศาสตร์จะขึ้นอยู่กับสมมติฐานว่า ผู้เดินทางจะใช้จุดจอดแล้วจรก็ต่อเมื่อค่าใช้จ่ายในการเดินทางด้วยขนส่งสาธารณะน้อยกว่าการเดินทางด้วยรถยนต์ส่วนบุคคล [6]

โดยการศึกษานี้พัฒนาแบบจำลองพี-ฮับบนพื้นฐานแบบจำลองพหุนามโลจิต (Multinomial Logit) เพื่อคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรที่สามารถดึงดูดจำนวนผู้ใช้สูงสุด ภายใต้ข้อจำกัดด้านงบประมาณและความจุของจุดจอดแล้วจร เทคนิค special ordered sets of Type 2 (SOS2) ได้นำมาปรับใช้เพื่อเปลี่ยนสมการข้อจำกัดแบบ Non-linear ให้เป็นสมการข้อจำกัดแบบ Linear ซึ่งผลจากการวิเคราะห์พบว่า แบบจำลองดังกล่าวที่เป็น Mixed Integer Linear Programming (MILP) ให้ผลลัพธ์สอดคล้องกับพฤติกรรมตามพหุนามโลจิต ภายใต้ข้อจำกัดเชิงกายภาพของพื้นที่ในการสร้างจุดจอดแล้วจร

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การศึกษานี้เป็นการพัฒนาแบบจำลองพี-ฮับบนพื้นฐานแบบจำลองพหุนามโลจิต เพื่อคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรที่สามารถดึงดูดผู้ใช้ให้ได้สูงสุด ภายใต้ข้อจำกัดด้านงบประมาณและความจุ โดยจะมีทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

*2.1 **แบบจำลองพหุนามโลจิต (Multinomial Logit Model, MNL)***

แบบจำลองพหุนามโลจิตเป็นแบบจำลองที่ใช้จำลองพฤติกรรมของผู้เดินทางที่มีโอกาสเลือกทางเลือกในการทาง โดยทางเลือกนั้นอาจมีมากกว่าสองทางเลือก ซึ่งแบบจำลองพหุนามโลจิตนี้จะแสดงออกมาในรูปแบบของความน่าจะเป็นของโอกาสในการเลือกทางเลือกที่ขึ้นอยู่กับอรรถประโยชน์สูงสุดที่ผู้เดินทางพึงพอใจ ซึ่งเป็นแนวคิดของหลักการของทฤษฎี Random Utility Maximization สามารถแสดงในรูปแบบสมการได้ดังนี้

$$U_{ijk} = -\theta g_{ijk} + \varepsilon_{ijk} \tag{1}$$

โดยที่

g_{ijk} คือระยะเวลาหรือค่าใช้จ่ายในการเดินทาง เมื่อเดินทางจากจุดต้นทาง i ไปยังจุดปลายทาง j ด้วยการเลือกใช้ทางเลือก k

θ คือความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกของผู้เดินทาง (Sensitivity)

ε_{ijk} คือ Random Error Term หรือ คุณลักษณะของเส้นทาง k ที่ไม่สามารถวัดค่าได้ เมื่อเดินทางจากจุดต้นทาง i ไปจุดปลายทาง j

โดยแบบจำลองพหุนามโลจิตนี้มาจากสมมติฐานใน Random Error Term ของฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ในสมการที่ (1) ซึ่งมีการกระจายแบบ Identically and Independently Gumbel Distribution สมการความน่าจะเป็นของโอกาสในการเลือกทางเลือกสามารถแสดงได้ดังนี้ [7]

$$p_{ijk} = \frac{e^{-\theta g_{ijk}}}{\sum_{\forall l \in K_{ij}} e^{-\theta g_{ijl}}} \tag{2}$$

คุณสมบัติของแบบจำลองพหุนามโลจิตที่สำคัญคือ Independence from Irrelevant Alternatives (IIA) ซึ่งคุณสมบัตินี้ได้กล่าวไว้ว่า "สัดส่วนของความน่าจะเป็นของสองทางเลือกใดๆจะต้องเป็นอิสระจากชุดทางเลือกอื่นๆ" จากคุณสมบัติข้างต้นนี้สามารถแสดงได้ในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังสมการที่ (3)

$$\frac{p_{ijk}}{p_{ijl}}=\frac{e^{-\theta g_{ijk}}\Big/\sum_{\forall l\in K_{ij}}e^{-\theta g_{ijl}}}{e^{-\theta g_{ijl}}\Big/\sum_{\forall l\in K_{ij}}e^{-\theta g_{ijl}}}=\frac{e^{-\theta g_{ijk}}}{e^{-\theta g_{ijl}}} \quad (3)$$

2.2 ปัญหาพี-ฮับ (P-Hub Problem)

ปัญหาพี-ฮับบนพื้นฐานแบบจำลองพหุนามโลจิตเป็นการหาตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรโดยใช้การผสมผสานระหว่างสมการทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นและแบบจำลองพหุนามโลจิต โดยเป็นการพิจารณาเส้นทางที่เป็นไปได้ทุกเส้นทางในโครงข่าย และใช้ข้อมูลนำเข้า 2 อย่าง ได้แก่ 1) จำนวนความต้องการในการเดินทางจากทุกจุดต้นทางไปยังทุกจุดปลายทาง 2) จำนวนจุดจอดแล้วจรที่ต้องการสร้าง สามารถแสดงเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้[4]

$$P: Max\ z=\sum_{i,j,k}h_{ij}\,p_{ijk} \quad (4)$$

S.t.

$$\sum_k x_k = p \quad (5)$$

$$p_{ijk}\le x_k \qquad \forall i,j,k \quad (6)$$

$$p_{ijc}+\sum_k p_{ijk}=1 \qquad \forall i,j \quad (7)$$

$$p_{ijk}\le\frac{e^{-\theta g_{ijk}}}{e^{-\theta g_{ijl}}}p_{ijl}+(1-x_l) \quad \forall k,l\in K\cup a\,|\,k\ne l \quad (8)$$

$$x_k\in\{0,1\} \qquad \forall k \quad (9)$$

โดยที่

- p_{ijk} คือความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางเลือกการเดินทางจากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j* ด้วยการใช้จุดจอดแล้วจร *k*
- h_{ij} คือความต้องการในการเดินทางจากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j*
- x_k คือตัวแปรสถานที่ตั้งจุดจอดแล้วจร *k* ซึ่งเป็นตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable)
- p จำนวนจุดจอดแล้วจรที่ต้องการสร้างในโครงข่าย

ปัญหาพี-ฮับนี้เป็นแบบจำลองที่ใช้วิธีการ optimization บนพื้นฐานของแบบจำลองพหุนามโลจิต โดยมีสมการวัตถุประสงค์ (Objective function) สมการที่ (4) แสดงผลรวมของผู้เดินทางที่มากที่สุดที่ใช้จุดจอดแล้วจร สมการวัตถุประสงค์นี้จะขึ้นอยู่กับสมการข้อจำกัดที่กำหนดไว้ดังสมการที่ (5)-(9) ซึ่งสมการที่ (5) หมายถึงจำนวนจุดจอดแล้วจรที่มีในโครงข่ายทั้งหมด สมการที่ (6) หมายถึงความน่าจะเป็นของผู้ที่มาใช้จุดจอดแล้วจร *k* จะต้องมีค่ามากกว่า 0 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1 สมการที่ (7) หมายถึงความน่าจะเป็นของผู้ที่เดินทางจากจุดต้นทาง *I* ไปยังจุดปลายทาง *j* ด้วยการใช้รถยนต์ส่วนบุคคล *c* เมื่อรวมกับความน่าจะเป็นของผู้ที่เดินทางจากจุดต้นทาง *I* ไปยังจุดปลายทาง *j* ด้วยการใช้จุดจอดแล้วจร *k* แล้วจะต้องมีค่าเท่ากับ 1 สมการที่ (8) เป็นสมการเปรียบเทียบหาความน่าจะเป็นที่มากที่สุดตามคุณสมบัติของแบบจำลองพหุนามโลจิต (IIA Property) สมการที่ (9) เป็นตัวแปรที่ใช้ตัดสินใจ (Decision Variable) ซึ่งเป็นตัวแปรแบบไบนารีมีค่าได้เพียงสองค่า คือ 0 และ 1 โดยจะมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อไม่มีการสร้างจุดจอดแล้วจร ณ ตำแหน่งที่มีอิทธิพลในการทำจุดจอดแล้วจรนั้นๆ และจะมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อมีการสร้างจุดจอดแล้วจร ณ ตำแหน่งที่มีอิทธิพลในการทำจุดจอดแล้วจร

อย่างไรก็ตามการเดินทางโดยรถยนต์ส่วนบุคคลมักประสบปัญหาการจราจรติดขัด เนื่องจากความจุของระบบคมนาคมที่จำกัด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเดินทางเข้าสู่พื้นที่เขตเมือง การพิจารณาเวลาหรือค่าใช้จ่ายในการเดินทางในภาวการณ์ดังกล่าวจึงมีความจำเป็น ซึ่งในการศึกษานี้จะมีการใช้ฟังก์ชั่นที่สามารถคำนวณเวลาการเดินทางโดยจะนำเสนอในหัวข้อถัดไป

2.3 The Bureau of Public Roads (BPR) function

Bureau of Public Roads function เป็นฟังก์ชั่นสำหรับใช้พิจารณาเวลาในการเดินทางบน Link โดยขึ้นอยู่กับสภาวะการไหลแบบอิสระและความสามารถของถนนในการรองรับความจุ ซึ่งสมการจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาในการเดินทางบน Link ความจุของถนน และปริมาณการจราจรในแต่ละ Link ดังนี้ [8]

$$t_a=t_a^0\left(1+\alpha\left(\frac{v_a}{C_a}\right)^{\beta}\right) \quad (10)$$

โดยที่

- t_a คือเวลาในการเดินทางบน Link a
- t_a^0 คือเวลาที่ใช้ในการเดินทางแบบอิสระ หรือ เวลาในการเดินทางเมื่อบนถนนไม่มียานพาหนะคันอื่นบนถนน (Free Flow Travel Time) บน Link a
- v_a คือการไหลของยานพาหนะบนถนน (Link Flow)
- C_a คือความจุของถนนบน Link a
- α,β คือค่าคงที่

3. แบบจำลองสมการทางคณิตศาสตร์ (Model Formulation)

การศึกษานี้พัฒนาแบบจำลองพี-ฮับบนพื้นฐานแบบจำลองพหุนามโลจิตเพื่อคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรที่สามารถดึงดูดจำนวนผู้ใช้สูงสุดภายใต้ข้อจำกัดด้านงบประมาณและความจุของจุดจอดแล้วจร จึงมีการเพิ่มสมการข้อจำกัดที่เป็นสมการ The Bureau of Public Roads function ลงในแบบจำลองพี-ฮับ สามารถแสดงสมการทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

$$Max \quad Z = \sum_i \sum_j \sum_k q_{ij} p_{ijk} \tag{11}$$

S.t.

$$\sum_k x_k = p \tag{12}$$

$$p_{ijc} + \sum_k p_{ijk} = 1 \tag{13}$$

$$f_r = p_{ijr} q_{ij} \qquad \forall i, j, r \in K \cup \{c\} \tag{14}$$

$$v_a = \sum_i \sum_j f_{ijr} \delta_{ija,r} \qquad \forall a \tag{15}$$

$$g_{ijk} = \sum_a t_a \delta_{ija} + \Omega(1 - x_k) \qquad \forall i, j, k \tag{16}$$

$$g_{ijc} = \sum_a t_a \delta_{ija} \qquad \forall i, j, c \tag{17}$$

$$p_{ijr} = \frac{\exp(-\theta g_{ijr})}{\sum_{l \in K \cup \{c\}} \exp(-\theta g_{ijl})} \qquad \forall i, j, r \tag{18}$$

$$t_a = t_a^0 \left(1 + \alpha \left(\frac{v_a}{C_a}\right)^{\beta}\right) \qquad \forall a \tag{19}$$

$$x_k \in \{0,1\} \qquad \forall k \tag{20}$$

โดยที่

f_r คือค่าการไหลของยานพาหนะบนเส้นทาง r (Route flow)

v_a คือค่าการไหลของยานพาหนะบนถนน a (Link flow)

g_{ijr} คือค่าใช้จ่ายในการเดินทางจากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j* บนเส้นทาง *r*

t_a คือเวลาที่ใช้ในการเดินทาง (Travel Time) บนถนน *a*

t_a^0 คือเวลาที่ยานพาหนะใช้ในการเคลื่อนที่บนถนน *a* อย่างอิสระ

C_a คือความจุดของถนน *a*

α คือค่าคงที่ มีค่าเท่ากับ 0.15

β คือค่าคงที่ มีค่าเท่ากับ 4

$\delta_{ija,r}$ คือค่าที่แสดงให้ทราบว่าผู้เดินทาง เดินทางจากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j* ด้วยเส้นทาง *r* ซึ่งจะประกอบไปด้วยถนน *a* โดยหากเส้นทาง *r* ผ่านถนน *a* ใดๆแล้ว $\delta_{ija,r}$ จะมีค่าเท่ากับ 1

จากแบบจำลองข้างต้นสมการที่ (11) เป็นสมการวัตถุประสงค์ (Objective function) แสดงการหาจำนวนผู้ใช้สูงสุดที่มีการใช้จุดจอดแล้วจร *k* ภายใต้สมการข้อจำกัด (12-18) โดยสมการที่ (12) หมายถึงจำนวนจุดจอดแล้วจรที่ต้องการให้สร้างในโครงข่าย สมการที่ (13) หมายถึงผลรวมความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางเลือกเดินทางด้วยยานพาหนะส่วนบุคคลกับความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางเลือกเดินทางด้วยการใช้จุดจอดแล้วจรต้องมีค่าเท่ากับ 1 สมการที่ (14) เป็นการหาการไหลของยานพาหนะบนเส้นทาง r (Route flow) สมการที่ (15) เป็นการหาการไหลของยานพาหนะบนถนน a (Link flow) สมการที่ (16) เป็นฟังก์ชั่นสำหรับใช้หาค่าใช้จ่ายในการเดินทาง (Route Cost) จากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j* โดยการใช้เส้นทางที่ผ่านจุดจอดแล้วจร *k* สมการที่ (17) ก็เป็นฟังก์ชั่นสำหรับหาค่าใช้จ่ายในการเดินทางจากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j* โดยการเดินทางด้วยยานพาหนะส่วนบุคคล *c* สมการที่ (18) เป็นการหาความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางจะเดินทางจากจุดต้นทาง *i* ไปยังจุดปลายทาง *j* ด้วยการเลือกใช้เส้นทาง *r* ซึ่งเป็นการหาค่าความน่าจะเป็นด้วยการใช้แบบจำลองพหุนามโลจิต สมการที่ (19) เป็นสมการ BPR function ที่ใช้ในการพิจารณาเวลาที่ใช้ในการเดินทางของยานพาหนะบนถนน การไหลของยานพาหนะบนถนนและความจุของถนน โดย α มีค่าเท่ากับ 0.15 และ β มีค่าเท่ากับ 4 และสมการที่ (20) เป็นตัวแปรที่ใช้ในการตัดสินใจว่าตำแหน่งที่เหมาะสมในการสร้างจุดแล้วจรจุดไหนเหมาะสมที่สุด โดยหากมีค่าเท่ากับ 1 หมายถึงตำแหน่งที่คัดเลือกมีความเหมาะสมในการสร้างจุดจอดแล้วจร และหากมีค่าเท่ากับ 0 หมายถึงตำแหน่งที่คัดเลือกไม่เหมาะสมในการสร้างจุดจอดแล้วจร

จะเห็นว่าสมการข้อจำกัดที่ (18) และ (19) ยังเป็นสมการแบบไม่เป็นเชิงเส้นตรง (Non-linear) จึงต้องมีการ Linearization ให้เป็นสมการเชิงเส้นตรง (Linear) ดังนี้

จากสมการที่ (18) กำหนดให้

$$T_{ijr} = \exp(-\theta g_{ijr}) \qquad \forall i, j, r \in K \cup \{c\} \tag{21}$$

จะได้สมการที่ (22)

$$p_{ijr} = \frac{T_{ijr}}{\sum_{l \in K \cup \{c\}} T_{ijl}} \qquad \forall i, j, r \in K \cup \{c\} \tag{22}$$

จากนั้นทำการ Linearization สมการที่ (21) และ (22) อีกครั้ง โดยนำ logarithm ใส่เข้าทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\ln T_{ijr} = -\theta g_{ijr} \qquad \forall i, j, r \in K \cup \{c\} \tag{23}$$

$$\ln p_{ijr} = \ln T_{ijr} - \ln \sum_{l \in K \cup \{c\}} T_{ijl} \qquad \forall i, j, r \in K \cup \{c\} \tag{24}$$

และจากสมการที่ (19) ตัวแปร $(v_a)^4$ เป็นตัวแปรที่ทำสมการเป็นสมการไม่เป็นเชิงเส้นตรง จึงทำการกำหนดตัวแปรขึ้นมาใหม่คือ K_{v_a} และกำหนดให้

$$K_{v_a} = (v_a)^4 \tag{25}$$

และนำ logarithm ใส่เข้าทั้งสองข้างของสมการ (25) จะได้สมการที่ (26) และสามารถเขียนสมการที่ (19) ใหม่ได้เป็นสมการที่ (27)

$$\ln K_{v_a} = 4(\ln v_a) \tag{26}$$

$$t_a = t_a^0 + \frac{0.15 t_a^0}{(C_a)^4} K_{v_a} \qquad \forall a \tag{27}$$

จากนั้นสมการที่ (23) (24) และ (26) ที่ยังติด logarithm term อยู่จะใช้วิธี Piecewise linearization ในการทำให้เป็นสมการเชิงเส้นตรงโดยใช้เทคนิค special ordered sets of Type 2 (SOS2) [9][10]

การใช้เทคนิค SOS2 ในการเปลี่ยน logarithm term ให้เป็นสมการเชิงเส้นตรงได้โดย กำหนดให้ $l_{v_a} = \ln v_a$, $l_{K_{v_a}} = \ln K_{v_a}$,

$l_{T_{ijr}} = \ln T_{ijr}$, $l_{\sum_{l\in K\cup\{c\}} T_{ijl}} = \ln \sum_{l\in K\cup\{c\}} T_{ijl}$ และ $l_{p_{ijr}} = \ln p_{ijr}$

ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ (23) (24) และ (26) ใหม่ได้ ดังนี้

$$l_{T_{ijr}} = -\theta g_{ijr} \qquad \forall i,j,r\in K\cup\{c\} \quad (28)$$

$$l_{p_{ijr}} = l_{T_{ijr}} - l_{\sum_{l\in K\cup\{c\}} T_{ijl}} \qquad \forall i,j,r\in K\cup\{c\} \quad (29)$$

$$l_{K_{v_a}} = 4\left(l_{v_a}\right) \qquad \forall a \quad (30)$$

และเปลี่ยนส่วนที่เป็น logarithm term โดยเพิ่มสมการเงื่อนไขเชิงเส้นตรง ดังนี้

$$l_{v_a}\begin{cases} v_a = \sum_n v_a^n \lambda_{v_a}^n \\ l_{v_a} = \sum_n \ln v_a^n \lambda_{v_a}^n \\ \sum_n \lambda_{v_a}^n = 1 \\ SOS2: \lambda_{v_a}^1, \lambda_{v_a}^2, \ldots, \lambda_{v_a}^n \end{cases} \qquad \forall a \quad (31)$$

$$l_{K_{v_a}}\begin{cases} K_{v_a} = \sum_n K_{v_a}^n \lambda_{K_{v_a}}^n \\ l_{K_{v_a}} = \sum_n \ln K_{v_a}^n \lambda_{K_{v_a}}^n \\ \sum_n \lambda_{K_{v_a}}^n = 1 \\ SOS2: \lambda_{K_{v_a}}^1, \lambda_{K_{v_a}}^2, \ldots, \lambda_{K_{v_a}}^n \end{cases} \qquad \forall a \quad (32)$$

$$l_{T_{ijr}}\begin{cases} T_{ijr} = \sum_n T_{ijr}^n \lambda_{T_{ijr}}^n \\ l_{T_{ijr}} = \sum_n \ln T_{ijr}^n \lambda_{T_{ijr}}^n \\ \sum_n \lambda_{T_{ijr}}^n = 1 \\ SOS2: \lambda_{T_{ijr}}^1, \lambda_{T_{ijr}}^2, \ldots, \lambda_{T_{ijr}}^n \end{cases} \qquad \forall i,j,r\in K\cup\{c\} \quad (33)$$

$$l_{\sum_l T_{ijl}}\begin{cases} \sum_l T_{ijl} = \sum_n \left(\sum_l T_{ijl}{}^n\right) \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n \\ l_{\sum_l T_{ijl}} = \sum_n \ln\left(\sum_l T_{ijl}{}^n\right) \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n \\ \sum_n \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n = 1 \\ SOS2: \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^1, \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^2, \ldots, \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n \end{cases} \qquad \forall i,j,l\in K\cup\{c\} \quad (34)$$

$$l_{p_{ijr}}\begin{cases} p_{ijr} = \sum_n p_{ijr}^n \lambda_{p_{ijr}}^n \\ l_{p_{ijr}} = \sum_n \ln p_{ijr}^n \lambda_{p_{ijr}}^n \\ \sum_n \lambda_{p_{ijr}}^n = 1 \\ SOS2: \lambda_{p_{ijr}}^1, \lambda_{p_{ijr}}^2, \ldots, \lambda_{p_{ijr}}^n \end{cases} \qquad \forall i,j,r\in K\cup\{c\} \quad (35)$$

เนื่องจาก $\lambda_{v_a}^n$, $\lambda_{K_{v_a}}^n$, $\lambda_{T_{ijr}}^n$, $\lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n$, $\lambda_{p_{ijr}}^n$ เป็นตัวแปร Special ordered sets of Type 2 ซึ่งหมายถึงจะมีตัวแปรที่มีค่าไม่ใช่ศูนย์เพียง 2 ตัวเท่านั้นจากจำนวน *n* ตัว และตัวแปร 2 ตัวนั้นต้องอยู่ติดกัน จึงต้องกำหนดสมการข้อจำกัดเพิ่มขึ้นมาอีกเพิ่มทำให้ λ_a^n เป็นไปตามเงื่อนไข คือ

$$\lambda_{v_a}^n\begin{cases} \lambda_{v_a}^n \le Y_{v_a}^n \\ \sum_n Y_{v_a}^n = 2 \\ Y_{v_a}^n \in \{0,1\} \\ Y_{v_a}^n + Y_{v_a}^{n+1} = 2 \end{cases} \qquad \forall a \quad (36)$$

$$\lambda_{K_{v_a}}^n\begin{cases} \lambda_{K_{v_a}}^n \le Y_{K_{v_a}}^n \\ \sum_n Y_{K_{v_a}}^n = 2 \\ Y_{K_{v_a}}^n \in \{0,1\} \\ Y_{K_{v_a}}^n + Y_{K_{v_a}}^{n+1} = 2 \end{cases} \qquad \forall a \quad (37)$$

$$\lambda_{T_{ijr}}^n\begin{cases} \lambda_{T_{ijr}}^n \le Y_{T_{ijr}}^n \\ \sum_n Y_{T_{ijr}}^n = 2 \\ Y_{T_{ijr}}^n \in \{0,1\} \\ Y_{T_{ijr}}^n + Y_{T_{ijr}}^{n+1} = 2 \end{cases} \qquad \forall i,j,r\in K\cup\{c\} \quad (38)$$

$$\lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n\begin{cases} \lambda_{\sum_l T_{ijl}}^n \le Y_{\sum_l T_{ijl}}^n \\ \sum_n Y_{\sum_l T_{ijl}}^n = 2 \\ Y_{\sum_l T_{ijl}}^n \in \{0,1\} \\ Y_{\sum_l T_{ijl}}^n + Y_{\sum_l T_{ijl}}^{n+1} = 2 \end{cases} \qquad \forall i,j,l\in K\cup\{c\} \quad (39)$$

$$\lambda^n_{p_{ijr}} \begin{cases} \lambda^n_{p_{ijr}} \le Y^n_{p_{ijr}} \\ \sum_n Y^n_{p_{ijr}} = 2 \\ Y^n_{p_{ijr}} \in \{0,1\} \\ Y^n_{p_{ijr}} + Y^{n+1}_{p_{ijr}} = 2 \end{cases} \qquad \forall i,j,r \in K \cup \{c\} \quad (40)$$

จะได้แบบจำลองใหม่ซึ่งเป็นแบบจำลองที่เป็นโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed Integer Linear Programming (MILP)) โดยมี

สมการวัตถุประสงค์ คือ สมการที่ (11)

สมการข้อจำกัด คือ สมการที่ (12)-(17), (20) และ (27)-(40)

จากสมการที่ (31) ตัวแปร v^n_a เป็นค่าคงที่ที่ต้องนำเข้า (input) เพื่อใช้ในการคำนวณ ซึ่งมาจากการประมาณค่าจำนวน n ค่า โดยให้คำตอบที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงของค่าที่ประมาณขึ้นมาซึ่งพิจารณาจากค่าความจุของถนน เช่น ถ้า n เป็น 10 และค่าความจุของถนนสูงสุดไม่เกิน 100 คัน/ชั่วโมง ค่า v^n_a จะประมาณได้ ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่า v^n_a

n	v^n_a
1	0
2	20
3	30
4	40
5	50
6	60
7	70
8	80
9	90
10	100

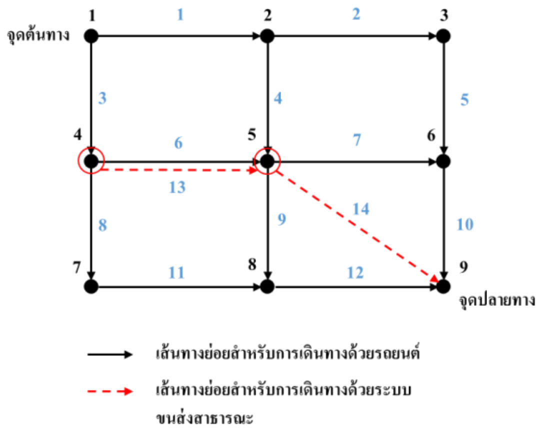
ตัวแปร $K^n_{v_a}$, T^n_{ijr} , $\sum_l T_{ijl}{}^n$ และ p^n_{ijr} จากสมการที่ (32)-(35) ตามลำดับ ก็เป็นค่าคงที่ที่ต้องนำเข้าเพื่อใช้ในการคำนวณเช่นเดียวกับตัวแปร v^n_a จึงต้องมีการการประมาณค่าเช่นเดียวกัน

ตารางที่ 2 การประมาณค่าของตัวแปร $K^n_{v_a}$, T^n_{ijr} , $\sum_l T_{ijl}{}^n$ และ p^n_{ijr}

ตัวแปร	พิจารณา
$K^n_{v_a}$	$K^n_{v_a} = \left(v^n_a\right)^4$
T^n_{ijr}	$T_{ijr} = \exp(-\theta g_{ijr})$
$\sum_l T_{ijl}{}^n$	$\sum_l T_{ijl} = \sum_l \exp(-\theta g_{ijl})$
p^n_{ijr}	$0 \le p^n_{ijr} \le 1$

4. ตัวอย่าง

จากแบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสมในส่วนที่ 3 ได้นำมาประยุกต์ใช้กับโครงข่ายจำลองที่ประกอบไปด้วย โหนด 9 โหนด เป็นจุดต้นทาง 1 จุด และจุดปลายทาง 1 จุด และ ถนนย่อยสำหรับรถยนต์ส่วนบุคคล (Link) 12 เส้น และสำหรับระบบขนส่งสาธารณะ 2 เส้น โดยมีจุดที่สามารถสร้างเป็นจุดจอดแล้วจรได้ 2 จุด คือ ที่โหนดที่ 4 และ 5 ดังแสดงในรูปที่ 1 จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์เพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสมที่สุด 1 จุด สำหรับใช้สร้างจุดจอดแล้วจร โดยการศึกษานี้ได้ทำการวิเคราะห์ 2 แบบ แบบที่ 1 คือการวิเคราะห์โดยการเปลี่ยนค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกของผู้เดินทาง (Sensitivity, ϴ) และแบบที่ 2 คือการวิเคราะห์โดยการเปลี่ยนแปลงค่าความจุของเส้นทางที่เป็นเส้นทางของระบบขนส่งสาธารณะ (Capacity)



รูปที่ 1 โครงข่ายจำลอง

4.1 การวิเคราะห์ตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรโดยการพิจารณาค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกของผู้เดินทาง

เป็นการวิเคราะห์หาตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรโดยการพิจารณาค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลของผู้เดินทางทั้งหมด 3 ค่า คือ เมื่อผู้เดินทางมีความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกต่ำ คือมีค่าเท่ากับ 0.01 ผู้เดินทางมีความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกเพิ่มขึ้น เท่ากับ 0.1 และเมื่อผู้เดินทางมีความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือก เท่ากับ 1 โดยการพิจารณาทั้ง 3 ครั้งนี้จะทำภายใต้ความจุของถนนสำหรับรถยนต์เท่ากับ คือ 50 หน่วยและความจุของเส้นทางย่อยสำหรับระบบขนส่งสาธารณะเท่ากับ 100 หน่วย และมีความเร็วอิสระเท่ากับ 10 หน่วย/วินาที

ผลจากการวิเคราะห์ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรเมื่อค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกเปลี่ยนไป คือ จากโครงข่ายจำลอง (รูปที่ 1) จุดที่เหมาะสมที่สุดสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรคือ โหนดที่ 5 ซึ่งเมื่อค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลเปลี่ยนแปลงก็ยังคงได้ตำแหน่งที่เหมาะสมเหมือนกันทั้ง 3 ครั้ง และเมื่อพิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางจะเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะจะพบว่า เมื่อค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลต่ำ ค่าความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางจะเลือกเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะก็จะต่ำด้วย และเมื่อค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้

ข้อมูลเพิ่มมากขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางจะเลือกเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะก็จะเพิ่มมากขึ้นตาม ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรเมื่อค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลทางเลือกเปลี่ยนไป

ค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูล	โหนดที่ 4	โหนดที่ 5	ค่าความน่าจะเป็นในการเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะ
0.01	0	1	0.266
0.1	0	1	0.424
1	0	1	0.988

4.2 การวิเคราะห์ตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรโดยการพิจารณาที่ความจุของเส้นทางย่อยของเส้นทางระบบขนส่งสาธารณะ

เป็นการวิเคราะห์ตำแหน่งที่ตั้งจุดจอดแล้วจรเมื่อความจุของเส้นทางย่อยของเส้นทางระบบขนส่งสาธารณะ มีความจุเป็น 50 100 และ 150 หน่วย โดยการศึกษานี้จะพิจารณาภายใต้ค่าความอ่อนไหวต่อการรับรู้ข้อมูลของผู้เดินทางเดียวกัน คือ มีค่าเท่ากับ 0.1

ผลจากการวิเคราะห์ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรเมื่อค่าความจุของเส้นทางย่อยสำหรับระบบขนส่งสาธารณะ เส้นทางย่อยที่ 13 และเส้นทางย่อยที่ 14 เท่ากับ 50 หน่วย ได้ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจร คือ โหนดที่ 5 และเมื่อความจุของเส้นทางย่อยที่ 13 และเส้นทางย่อยที่ 14 เปลี่ยนเป็น 100 และ 150 หน่วยตามลำดับตำแหน่งสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรที่เหมาะสมยังคงเป็นตำแหน่งเดียวกับที่ความจุ 50 หน่วย คือ โหนดที่ 5 และเมื่อพิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางจะใช้ระบบขนส่งสาธารณะในการเดินทางจะพบว่า ค่าความน่าจะเป็นที่ผู้เดินทางจะเดินทางด้วยการใช้ระบบขนส่งสาธารณะมีค่าประมาณ 0.4 ทั้ง 3 ความจุ ดังแสดงในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรเมื่อค่าความจุของเส้นทางย่อย **(Link)** สำหรับระบบขนส่งสาธารณะเปลี่ยนไป

ความจุของเส้นทางย่อยที่ 13 และ 14	โหนดที่ 4	โหนดที่ 5	ค่าความน่าจะเป็นในการเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะ
50	0	1	0.407
100	0	1	0.424
150	0	1	0.425

จากการวิเคราะห์ตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับสร้างจุดจอดแล้วจรทั้ง 2 วิธีข้างต้นพบว่า แบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสมที่พัฒนาขึ้นมาสามารถวิเคราะห์หาตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับการสร้างจุดจอดแล้วจรได้

5. สรุปผล

การศึกษานี้พัฒนาแบบจำลองสำหรับการคัดเลือกตำแหน่งจุดจอดแล้วจรที่สามารถดึงดูดการใช้บริการสูงสุด แบบจำลองพหุนามโลจิต (Multinomial Logti) ถูกนำมาปรับใช้เพื่อแสดงพฤติกรรมการคัดเลือกเส้นทางการเดินทางบนโครงข่ายการขนส่ง 2 รูปแบบ ได้แก่ การเดินทางโดยยานพาหนะส่วนบุคคลและการเดินทางโดยใช้จุดจอดแล้วจร และพิจารณาความจุของระบบการคมนาคมขนส่ง ซึ่งทำให้เกิดสมการแบบ Non-linear ดังนั้นจึงได้มีการนำเทคนิค special ordered set of Type 2 (SOS2) เพื่อปรับปรุงแบบจำลองดังกล่าวให้เป็นโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed Integer Linear Programming (MILP)) ที่ลดความยุ่งยากในการวิเคราะห์ และจากการนำแบบจำลองมาประยุกต์ใช้กับโครงข่ายจำลองข้างต้นจึงพบว่าแบบจำลองที่พัฒนาสามารถวิเคราะห์หาตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับการสร้างจุดจอดแล้วจรได้ โดยการศึกษาในอนาคตเป็นการนำแบบจำลองดังกล่าวไปวิเคราะห์โครงข่ายขนาดใหญ่

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอพระขอบคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ สำหรับทุนผู้ช่วยวิจัยไว้สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] D. A. N. Bolger, D. Colquhoun, and J. Morrall, “Planning and Design of Park-and-Ride Facilities for the Calgary Light Rail Transit System,” *Transp. Res. Rec.*, vol. 2, pp. 141–148, 1992.

[2] J. Y. T. Wang, H. Yang, and R. Lindsey, “Locating and pricing park-and-ride facilities in a linear monocentric city with deterministic mode choice,” *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 38, no. 8, pp. 709–731, 2004.

[3] B. Farhan and A. T. Murray, “Siting park-and-ride facilities using a multi-objective spatial optimization model,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 35, no. 2, pp. 445–456, 2008.

[4] F. Aros-Vera, V. Marianov, and J. E. Mitchell, “P-Hub approach for the optimal park-and-ride facility location problem,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 226, no. 2, pp. 277–285, 2013.

[5] Z. Song, Y. He, and L. Zhang, “Integrated planning of park-and-ride facilities and transit service,” *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.*, vol. 74, pp. 182–195, 2017.

[6] J. Holguí n-Veras, W. F. Yushimito, F. Aros-Vera, and J. J. Reilly, “User rationality and optimal park-and-ride location under potential demand maximization,” *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 46, no. 8, pp. 949–970, 2012.

[7] R. B. Dial, “A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration,” *Transp. Res.*, vol. 5, no. 2, pp. 83–111, 1971.

[8] S. Maerivoet, “Transportation Planning and Traffic Flow Models,” no. May 2014, 2005.

[9] R. Riemann, D. Z. W. Wang, and F. Busch, “Optimal location of wireless charging facilities for electric vehicles : Flow-capturing location model with stochastic user equilibrium,” *Transp. Res. Part C*, vol. 58, pp. 1–12, 2015.

[10] M. M. F. Hasan and I. A. Karimi, “Piecewise Linear Relaxation of Bilinear Programs Using Bivariate Partitioning,” *Wiley Inter Sci.*, vol. 56, no. 7, 2010.