

## การประมาณค่าตัวแปรทางพลศาสตร์ของเจดีย์วัดอุโมงค์ ด้วยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับจากวิธีประวัติเวลา

### Estimation of Dynamic Parameter of Umong Stupa Using Inverse Analysis Through Time History Method

ปิติ ประทุมขำ<sup>1\*</sup> ชินพัฒน์ บัวชาติ<sup>2</sup> ชยานนท์ หรรษภิญโญ<sup>3</sup> นเรเมต ตันติสุขุมาล<sup>4</sup> Mitsuhiro Miyamoto<sup>5</sup> Manabu Matsushima<sup>6</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จ.เชียงใหม่

<sup>5,6</sup>Faculty of Engineering, Kagawa University

\*Corresponding author; E-mail address: piti\_p@cmu.ac.th

#### บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอ การประมาณค่าทางพลศาสตร์ขององค์เจดีย์วัดอุโมงค์ ดำเนินการวิจัยโดยทำการติดตั้งอุปกรณ์วัดความเร่งตอบสนองขององค์เจดีย์ที่บริเวณยอด และฐานขององค์เจดีย์เพื่อวัดความเร่งตอบสนองขององค์เจดีย์ ทั้งทิศเหนือ-ใต้ และ ทิศตะวันออก-ตะวันตก หลังจากนั้นทำการประมาณความถี่ธรรมชาติขององค์เจดีย์ในเบื้องต้นด้วยการวิเคราะห์ฟูเรียร์ และใช้วิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับ เพื่อทำการวิเคราะห์หาค่าทางพลศาสตร์ขององค์เจดีย์วัดอุโมงค์อันได้แก่ ค่าความถี่ธรรมชาติ และสัมประสิทธิ์ความหน่วงขององค์เจดีย์ จากการวิเคราะห์ดังกล่าวพบว่า ค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการวิเคราะห์ฟูเรียร์ และค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับมีค่าใกล้เคียงกัน

คำสำคัญ: องค์เจดีย์วัดอุโมงค์, วิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับ, ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง, ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง, วิธีของนิวมาร์ค

#### Abstract

This article presents estimation of dynamic parameters of Umong stupa by using inverse analysis through time history method. The accelerations response of Umong stupa was measured at base and top positions. The fundamental frequency of stupa was estimated via Fourier analysis of measured acceleration response. Then, accurate values of fundamental frequency and damping coefficient were computed from the inverse analysis technique through Newmark's time stepping method. The result shows very close value of fundamental frequency from Fourier analysis and inverse analysis technique.

Keywords: Umong stupa, Inverse analysis, fundamental frequency, damping coefficient, Newmark's method

#### 1. ความเป็นมาและความสำคัญ

เจดีย์ และโบราณสถานต่าง ๆ ในจังหวัดเชียงใหม่ส่วนมากใช้อิฐเป็นวัสดุหลักในการก่อสร้าง ปัจจุบันเจดีย์ที่เป็นโบราณสถานเก่าแก่หลายแห่งมีการเสื่อมสภาพลงมาจากสิ่งแวดล้อม ทำให้ความสามารถในการรับแรงลดน้อยลงมาก ทำให้หลายหน่วยงาน และประชาชนเกิดความวิตกกังวลถึงการเสื่อมสภาพของโบราณสถานหลายๆแห่ง

แผ่นดินไหว คือธรณีพิบัติภัยชนิดหนึ่งที่ปลดปล่อยพลังงานเพื่อระบายความเครียดหรือความเค้นที่สะสมไว้ภายในโลกออกมาอย่างฉับพลัน เป็นภัยพิบัติทางธรรมชาติที่อาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดความเสียหายต่อตัวเจดีย์ และโบราณสถานต่าง ๆ และมีแนวโน้มว่าจะส่งผลกระทบต่อวงกว้างกว่าเหตุอื่น ๆ หากเกิดขึ้นอย่างทันทีทันใด

งานวิจัยนี้สนใจทราบวิธีประเมินค่าคุณสมบัติทางพลศาสตร์ของโครงสร้างของโบราณสถานด้วยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับ (Inverse analysis) และ วิถีฟูเรียร์ (Fourier analysis) เพื่อเป็นประโยชน์ในการต่อยอดศึกษาคุณสมบัติทางพลศาสตร์ของโบราณสถานอื่น ๆ ต่อไป

โดยโบราณสถานที่นำมาเป็นกรณีศึกษาคือ เจดีย์วัดอุโมงค์ ซึ่งตั้งอยู่ในอำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ สร้างขึ้นในสมัยพระเจ้ามังรายเมื่อปี พ.ศ. 1839 และได้บูรณะเพิ่มเติมในสมัยพระเจ้ากือนา เจดีย์วัดอุโมงค์ตั้งอยู่บนเนินขนาดเล็กเป็นเจดีย์ทรงระฆังคว่ำ มีเส้นผ่านศูนย์กลางที่ฐานวัดได้ 16.48 เมตร. และมีความสูง 25.72 เมตร มีปริมาตรรวมโดยประมาณ 1,267.7 ลูกบาศก์เมตร (โดยสมมุติว่าองค์พระธาตุเป็นทรงตัน) เป็นเจดีย์ที่ได้รับอิทธิพลจากศิลปะพม่าและพัฒนาจนเป็นแบบพื้นเมือง [1]

#### 2. หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

##### 2.1 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับแผ่นดินไหว

แผ่นดินไหว เป็นภัยพิบัติทางธรรมชาติ ที่มักเกิดจากปรากฏการณ์ธรรมชาติ เช่น ภูเขาไฟระเบิด หรือเกิดจากการเคลื่อนตัวของแผ่นเปลือกโลกเคลื่อนตัวเข้าปะทะกันหรือเคลื่อนตัวออกจากกันอย่างฉับพลัน คลื่นแผ่นดินไหวจะเคลื่อนตัวจากจุดจุดหนึ่งใต้พื้นโลก นักธรณีจะเรียกจุด

ดังกล่าวว่าจุดโฟกัสหรือจุดศูนย์กลางแผ่นดินไหวที่แท้จริง (Hypocenter) มักเกิดบริเวณขอบของแผ่นเปลือกโลกที่เป็นแนวของแผ่นดินไหวเดิม หรือที่เรียกว่ารอยเลื่อนของแผ่นดินไหว การเคลื่อนที่เนื่องจากชั้นหินหลอมละลาย (Mantle) ที่อยู่ภายใต้เปลือกโลกได้รับพลังงานจากความร้อนที่อยู่ใต้พิภพทำให้แผ่นเปลือกโลกเกิดการเคลื่อนตัวอยู่ตลอดเวลา เมื่อบริเวณของขอบชั้นเปลือกโลกอยู่ในบริเวณใด จนมีรอยร้าวของหินใต้เปลือกโลก (Fault) บริเวณนั้นก็เกิดความเสียหายที่จะเกิดแผ่นดินไหว ทั้งนี้แผ่นดินไหวยังสามารถเกิดจากฝีมือของมนุษย์ได้ด้วย เช่นการทำระเบิด การสร้างเขื่อน การจราจร หรือการทำเหมือง ประเทศที่มีความเสี่ยงเกิดแผ่นดินไหวค่อนข้างสูง ได้แก่ ประเทศฟิลิปปินส์ ชิลี สหรัฐอเมริกา [2]

จุดศูนย์กลางแผ่นดินไหว (Epicenter) เป็นจุดบนพื้นผิวโลกที่อยู่เหนือจุดโฟกัสหรือจุดศูนย์กลางแผ่นดินไหวที่แท้จริง (Hypocenter) ที่ปล่อยคลื่นแผ่นดินไหว (Seismic waves) ออกมา ที่อยู่ลึกลงไป 15 - 400 เมตร โดยทั่วไปความลึกจากจุดกำเนิดถึงผิวดิน หากความลึกน้อยกว่า 70 กิโลเมตร ถือเป็นแผ่นดินไหวแบบตื้น (Shallow earthquakes) อาจเกิดขึ้นระหว่างการชนกันของแผ่นเปลือกโลก หรือเรียกอีกอย่างว่า Interplate earthquake ซึ่งมีความรุนแรงและมีโอกาสอาจเกิดสึนามิสูง หากมีความลึกไม่เกิน 300 กิโลเมตร เป็นแบบกลางหรือเรียกอีกอย่างว่าแผ่นดินไหวภายในแผ่นเปลือกโลก และหากมีความลึกมากกว่า 300 กิโลเมตรขึ้นไปจะเป็นแผ่นดินไหวแบบลึก (Deep earthquake) หรือแผ่นดินไหวในชั้นเนื้อโลก (Intraslab earthquake) โดยทั่วไป การวัดค่าขนาดของแผ่นดินไหว (Magnitude) เป็นปริมาณที่มีความสัมพันธ์กับพลังงานที่แผ่นเปลือกโลกปล่อยออกมา ในรูปการสั่นสะเทือนคำนวณได้จากการตรวจวัดค่าความสูงของคลื่นแผ่นดินไหวที่ตรวจวัดได้ด้วยเครื่องมือวัด เป็นปริมาณบ่งชี้ขนาด ณ บริเวณจุดศูนย์กลางขนาดที่นิยมใช้ในปัจจุบันมีด้วยกันในปัจจุบัน มีหลากหลายขนาด เช่น มาตรการท้องถิ่น (Local magnitude) ขนาดของคลื่นหลัก (Body-wave magnitude) มาตรการคลื่นผิว (Surface magnitude) และมาตรการขนาดโมเมนต์ (Moment magnitude) เป็นต้น [3]

## 2.2 การวัดความเร่งเนื่องจากแผ่นดินไหว

ในงานวิจัยนี้การวัดความเร่งเนื่องจากแผ่นดินไหว ผู้วิจัยได้ทำการวัดอัตราเร่งที่กระทำต่อตัวโครงสร้างเจดีย์ทั้งบริเวณที่ฐาน (Ch2) บริเวณยอด (Ch3) ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยผ่านอุปกรณ์วัดอัตราเร่ง (Accelerometer) ที่ติดตั้งในจุดต่างๆ ของเจดีย์ ดังแสดงในรูปที่ 2 โดยเจดีย์วัดอุโมงค์กำหนดให้เป็นการประเมินโครงสร้างแบบ ระบบที่มีอิสระเดียว (Single degree of freedom) จากนั้นจึงนำอัตราเร่งทั้งสองค่ามาคำนวณผลต่างซึ่งให้ได้อัตราเร่งของยอดเทียบกับฐาน แล้วจึงทำการประเมินการสั่นของโครงสร้างด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธีนิวมาร์คแบบอัตราเร่งเฉลี่ย (Average acceleration by Newmark's method) ในการประเมินอัตราเร่งของเจดีย์เทียบกับฐานนั้น คลื่นแผ่นดินไหวที่ใช้ในการวิจัยนี้คือแผ่นดินไหวในสาธารณรัฐแห่งสหภาพเมียนมาร์ ขนาด 5.9 ริกเตอร์ วันที่ 12 มกราคม 2561 เวลา 01:26 น. [4]



รูปที่ 1 เจดีย์วัดอุโมงค์ (สวนพุทธธรรม) จังหวัดเชียงใหม่ [1]



รูปที่ 2 อุปกรณ์วัดอัตราเร่ง (Accelerometer) Seismic Acceleration Sensor ด้วยระบบ ITK [5]

## 2.3 สมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างภายใต้แรงแผ่นดินไหว

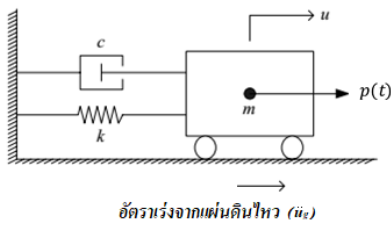
การสั่นขององค์เจดีย์สามารถอธิบายได้โดยใช้สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motion) ดังแสดงในสมการที่ (1)

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1)$$

โดยที่  $p(t) = -m\ddot{u}_g$  เมื่อ  $\ddot{u}_g$  คืออัตราเร่งของแผ่นดินไหว (ดังแสดงในรูปที่ 3) เมื่อนำมวล  $m$  มาหารตลอดทั้งสมการที่ (1) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\ddot{u} + 2\omega_n \zeta \dot{u} + \omega_n^2 u = -\ddot{u}_g \quad (2)$$

โดยที่  $\ddot{u}$  หมายถึงอัตราเร่งสัมพัทธ์ของบริเวณยอดองค์เจดีย์เทียบกับฐาน  $\omega_n$  หมายถึงความเร็วเชิงมุมธรรมชาติของโครงสร้าง  $\zeta$  หมายถึงอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้าง  $\ddot{u}_g$  หมายถึงอัตราเร่งสัมพัทธ์ และ  $u$  หมายถึงการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของบริเวณยอดองค์เจดีย์เทียบกับฐาน



รูปที่ 3 ระบบที่มีอิสระเดียว (Single degree of freedom) ซึ่งมีการสั่นเนื่องจากแผ่นดินไหว [6]

ซึ่งแบบจำลองระบบที่มีอิสระเดียวจะถูกนำไปใช้ในการประเมินตัวแปรทางพลศาสตร์ของโครงสร้างขององค์เจตีย์ต่อไป

### 3. การวิเคราะห์และการคำนวณตัวแปรทางพลศาสตร์

#### 3.1 วิธีประวัติเวลาของนิวมาร์ค (Newmark's time stepping method)

วิธีประวัติเวลาของนิวมาร์ค (Newmark's time stepping method) คือวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อหาคำตอบเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญอันดับสอง (Second-order differential equation) [6] โดยไม่จำเป็นต้องเปลี่ยนรูปเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง เป็นวิธีที่ใช้ในระบบการตอบสนองแบบพลศาสตร์ โดยมีการประมาณของค่าการเคลื่อนที่ และอัตราเร่งในเวลาปัจจุบัน ( $i+1$ ) จากค่าการเคลื่อนที่ ความเร็ว และอัตราเร่งในอดีต ( $i$ ) ดังแสดงในสมการที่ (3) และ (4)

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1-\gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{u}_{i+1} \quad (3)$$

$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t)\dot{u}_i + [(0.5-\beta)(\Delta t)^2]\ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{u}_{i+1} \quad (4)$$

โดย  $\dot{u}_{i+1}$  คืออัตราเร็วในเวลาปัจจุบัน  $\dot{u}_i$  คืออัตราเร็วในอดีต  $\Delta t$  คือความแตกต่างของช่วงเวลา  $u_i$  คือการเคลื่อนที่ในอดีต และ  $u_{i+1}$  คือการเคลื่อนที่ในปัจจุบัน กำหนดให้  $\gamma$  และ  $\beta$  เป็นค่าคงที่ โดย  $\gamma = 1/2$  และงานวิจัยนี้เลือกใช้ค่า  $\beta = 1/4$  (Average acceleration) ซึ่งไม่มีข้อจำกัดในส่วนของความต่างของช่วงเวลา ( $\Delta t$ ) สำหรับขั้นตอนการคำนวณการตอบสนองของโครงสร้างโดยวิธีประวัติเวลาของนิวมาร์คนั้น เริ่มจากการประมาณความเร่งในเวลาเริ่มต้น

$$\ddot{u}_0 = \frac{p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m} \quad (5)$$

หลังจากนั้นจึงทำการคำนวณ  $\Delta u$   $\Delta \dot{u}$  และ  $\Delta \ddot{u}$  จากสมการที่ (6) (7) และ (8) ตามลำดับ

$$\Delta u_i = \frac{\Delta \hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (6)$$

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \ddot{u}_i \quad (7)$$

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \Delta u_i - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_i \quad (8)$$

โดย  $\hat{k}$  และ  $\Delta \hat{p}_i$  คำนวณได้จากสมการที่ (9) และ (10)

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m \quad (9)$$

$$\Delta \hat{p}_i = \Delta p_i + a\dot{u}_i + b\ddot{u}_i \quad (10)$$

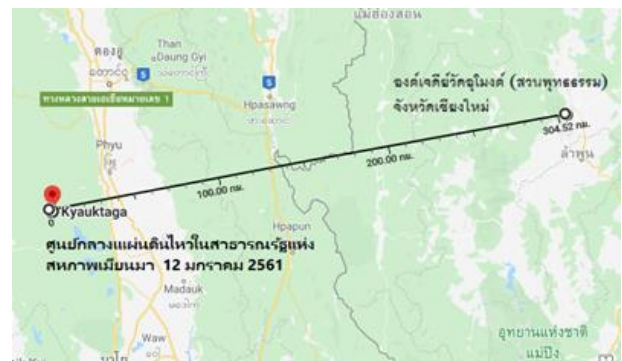
ค่าของตัวแปร  $a$  และ  $b$  ในสมการที่ (10) คำนวณได้จากสมการที่ (11)

$$a = \frac{1}{\beta \Delta t} m + \frac{\gamma}{\beta} c; \quad b = \frac{1}{2\beta} + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \quad (11)$$

จากนั้นทำการคำนวณค่าการเคลื่อนที่ ความเร็ว และความเร่งที่เวลาปัจจุบันจากสมการที่ (12)

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i, \quad \dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \Delta \dot{u}_i, \quad \ddot{u}_{i+1} = \ddot{u}_i + \Delta \ddot{u}_i \quad (12)$$

ทำการคำนวณซ้ำตามขั้นตอนในสมการที่ (6) ถึง (12) ในช่วงเวลาที่กำหนดของข้อมูลแผ่นดินไหว ผู้วิจัยได้คำนวณวิธีประวัติเวลาของนิวมาร์คโดยใช้ภาษาแมทแล็บ (Matlab) ซึ่งเป็นการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการคำนวณ

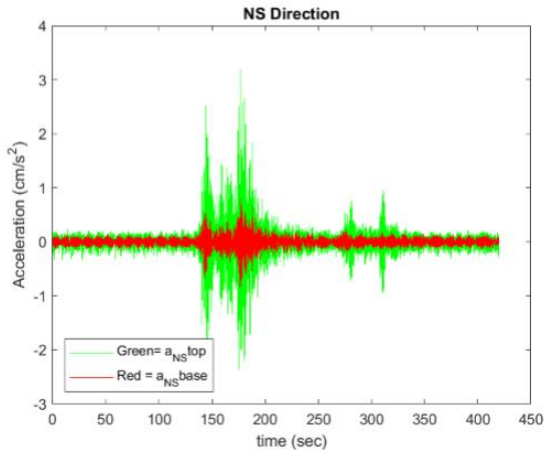


รูปที่ 4 ศูนย์กลางแผ่นดินไหวในสาธารณรัฐแห่งสหภาพเมียนมา วันที่ 12 มกราคม 2561 ละติจูด 18.280 ° น. ลองจิจูด 96.120 ° อ. [4]

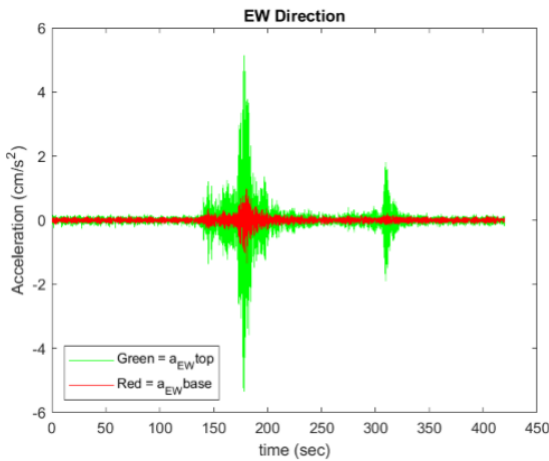
#### 3.2 ข้อมูลแผ่นดินไหวที่ใช้ในงานวิจัย

ในวันที่ 12 มกราคม 2561 เวลา 01:26 น. สำนักเฝ้าระวังแผ่นดินไหว กรมอุตุนิยมวิทยา รายงานว่าเกิดแผ่นดินไหว ขนาด 5.9 ริกเตอร์ เกิดขึ้นในบริเวณสาธารณรัฐแห่งสหภาพเมียนมา [4] ศูนย์กลางของแผ่นดินไหวอยู่ในสาธารณรัฐแห่งสหภาพเมียนมา ดังแสดงในรูปที่ 4 ลึกลงไปได้ผิวดิน 10 กิโลเมตร เป็นแผ่นดินไหวแบบตื้น ห่างจากองค์เจตีย์เป็นระยะทางประมาณ 300 กิโลเมตร ไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ การรับรู้สึกระลอกไหวไกลได้ถึงบริเวณ จังหวัดเชียงใหม่ และกรุงเทพมหานคร ประเทศไทย ไม่มีรายงาน

ความเสียหายในสาธารณรัฐแห่งสหภาพเมียนมา โดยข้อมูลอัตราเร่งบริเวณส่วนต่างๆ ขององค์เจดีย์วัดอุโมงค์ที่ได้จากเครื่องวัดอัตราเร่ง ในแนวทิศเหนือ-ใต้ (NS) และทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW) แสดงในรูปที่ 5 และ 6 ตามลำดับ



รูปที่ 5 ข้อมูลอัตราเร่งบริเวณฐานและบริเวณยอดของเจดีย์เนื่องจากแผ่นดินไหวในทิศเหนือ-ใต้ (NS)

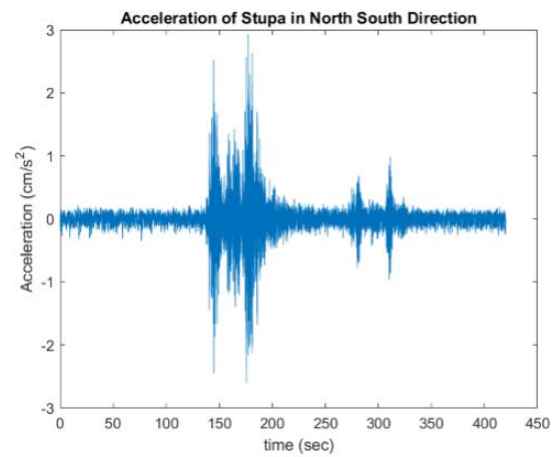


รูปที่ 6 ข้อมูลอัตราเร่งบริเวณฐานและบริเวณยอดของเจดีย์เนื่องจากแผ่นดินไหวในทิศ ตะวันออก-ตะวันตก (EW)

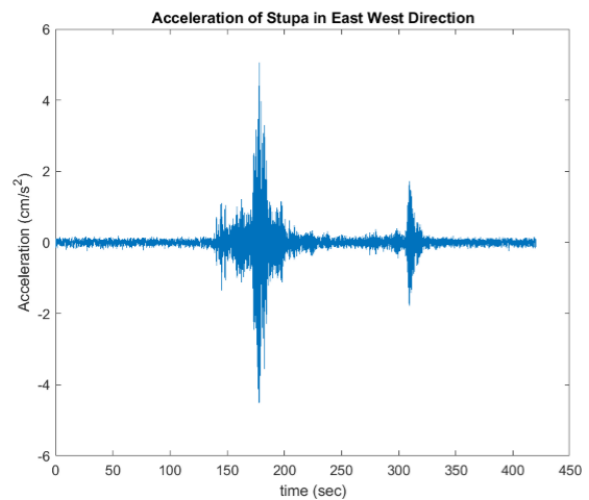
### 3.3 การวิเคราะห์ฟูรีเยอร์

ในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนใด ๆ มักอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการสั่นสะเทือน การวิเคราะห์สัญญาณพื้นฐานที่นิยมใช้กันมาก ก็คือการวิเคราะห์ฟูรีเยอร์ (Fourier analysis) [7] เมื่อความถี่ใดมีค่าสูงผิดปกติก็อาจจะนำมาใช้เป็น ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างในเบื้องต้น

การวิเคราะห์ฟูรีเยอร์เริ่มต้นจากนำข้อมูลในรูปที่ 5 และ 6 มาคำนวณผลต่างของความเร่งระหว่างยอดเจดีย์กับฐานเจดีย์ในทิศเหนือ-ใต้ (Top-base, NS) และทิศตะวันออก-ตะวันตก (Top-base, EW) ซึ่งความต่างของอัตราเร่งดังกล่าว แสดง ในรูปที่ 7 และ 8 ตามลำดับ

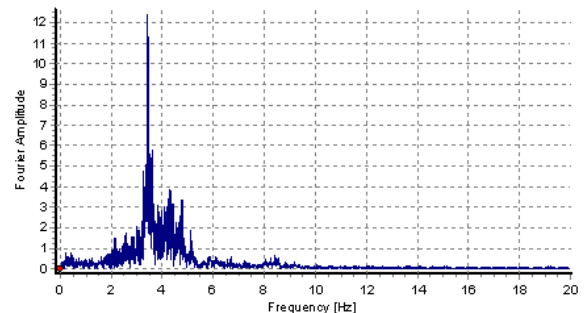


รูปที่ 7 ข้อมูลอัตราเร่งสัมพัทธ์ขององค์เจดีย์ในทิศเหนือ-ใต้ (Top-base, NS)



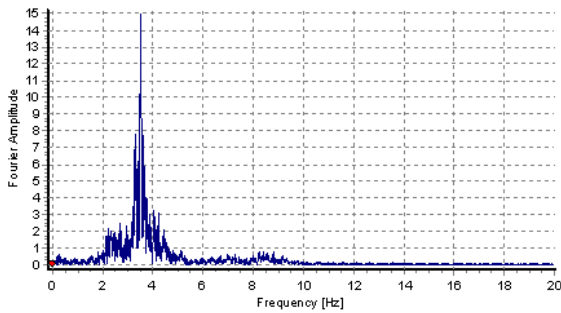
รูปที่ 8 ข้อมูลอัตราเร่งสัมพัทธ์ขององค์เจดีย์ในทิศตะวันออก-ตะวันตก (Top-base, EW)

จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์ข้อมูลความเร่งจากรูปที่ 7 และ 8 ด้วยวิธีฟูรีเยอร์โดยโปรแกรมสำเร็จรูป [8] ดังแสดงในรูปที่ 9 และ 10 ในงานวิจัยนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ฟูรีเยอร์จะเป็นข้อมูลในช่วงเวลาที่ 130 ถึง 250 วินาที เนื่องจากมีค่าอัตราเร่งสูงกว่าช่วงเวลาอื่น จากรูปที่ 9 และ 10 จะเห็นได้ว่าค่าความถี่ธรรมชาติขององค์เจดีย์จะมีค่าประมาณเท่ากับ 3.44 Hz ในทิศเหนือ-ใต้ (NS) และ 3.52 Hz ในทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW) ตามลำดับ



รูปที่ 9 การวิเคราะห์ฟูรีเยอร์ของความเร่งสัมพัทธ์ขององค์เจดีย์ในทิศเหนือ-ใต้ (NS)





รูปที่ 10 การวิเคราะห์ฟูริเยร์ของความเร่งสัมพัทธ์ขององค์เจดีย์ในทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW)

### 3.4 การวิเคราะห์หย้อนกลับ (Inverse Analysis)

การวิเคราะห์หย้อนกลับจะเริ่มต้นจากการคำนวณด้วยวิธีประวัติเวลาของนิวมาร์ค ในหัวข้อที่ 3.1 จากสมการการเคลื่อนที่ (2) ในพจน์ของอัตราเร่งของแผ่นดินไหว ( $\ddot{u}_g$ ) ผู้วิจัยได้ใช้ข้อมูลอัตราเร่งของแผ่นดินไหวเป็นอัตราเร่งในทิศตรงข้ามกับอัตราเร่งที่ฐานของเจดีย์ หรือคือ  $-\ddot{u}_{base}$  ในทิศทางต่างๆ ทำให้ทราบอัตราเร่งของเจดีย์ ( $\ddot{u}_i$ ) จากการคำนวณ จากนั้นนำค่าที่ได้มาเทียบกับ ผลต่างของอัตราเร่งที่บริเวณยอดเจดีย์  $\ddot{u}_{top}$  และอัตราเร่งที่บริเวณฐานของเจดีย์  $\ddot{u}_{base}$  ที่วัดได้ จะได้ค่าของความต่างระหว่างอัตราเร่งของเจดีย์ที่คำนวณกับที่วัดได้เพื่อนำไปคำนวณความคลาดเคลื่อนกำลังสอง ดังสมการที่ (13) [9]

$$J = \sum_i (\ddot{u}_i - \ddot{z}_i)^2 \quad (13)$$

เมื่อ  $\ddot{u}_i$  คือค่าอัตราเร่งของเจดีย์จากการคำนวณด้วยวิธีของนิวมาร์ค และ  $\ddot{z}_i$  คือผลต่างค่าความเร่งที่ฐานเทียบกับยอดของเจดีย์ที่วัดได้จากเครื่องวัดความเร่งในวินาทีที่ 130 ถึง 250 จากนั้นทำการเปลี่ยนค่าความแข็ง ( $k$ ) สัมประสิทธิ์ความหน่วง ( $c$ ) อีกครั้ง ทำการคำนวณซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุด จึงได้ค่าความแข็ง ( $k$ ) และสัมประสิทธิ์ความหน่วง ( $c$ ) ที่เหมาะสมที่สุด

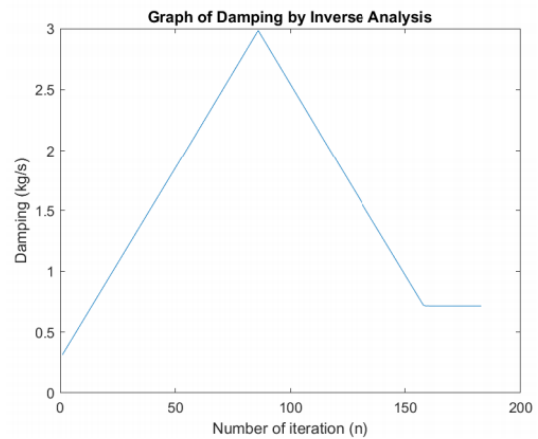
### 3.5 การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยการวิเคราะห์หย้อนกลับ

จากขั้นตอนการคำนวณในหัวข้อที่ 3.4 สามารถแสดงผลการวิเคราะห์หย้อนกลับของตัวแปรทางพลศาสตร์ของการสั่นในทิศเหนือ-ใต้ (NS) ได้ดังรูปที่ 11 และ 12 ซึ่งแสดงการลู่เข้าของค่า  $c$  และ  $k$  ตามลำดับ จากผลดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่า ค่าความแข็งขององค์เจดีย์มีค่าเท่ากับ 484.7 N/cm และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงของเจดีย์มีค่าเท่ากับ 0.715 kg/sec จากค่าความแข็งและค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงของเจดีย์ดังกล่าวทำให้สามารถประเมินค่าความถี่ธรรมชาติขององค์เจดีย์ได้เท่ากับ 3.504 Hz และอัตราส่วนความหน่วง (Damping ratio) เท่ากับ 0.0162

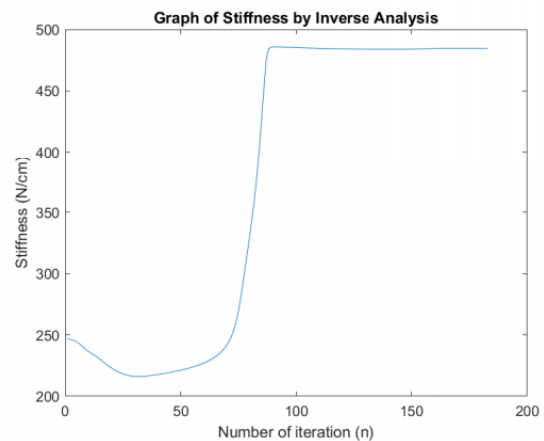
การคำนวณตัวแปรทางพลศาสตร์สำหรับการสั่นในทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW) ได้ผลการคำนวณแสดงในรูปที่ 13 และรูปที่ 14 ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง ( $c$ ) ของเจดีย์เท่ากับ 0.5813 kg/sec และค่าความแข็ง ( $k$ ) ของเจดีย์เท่ากับ 500.2 N/cm จากค่าความแข็งและค่าสัมประสิทธิ์

ความหน่วงของเจดีย์ดังกล่าวทำให้สามารถประเมินความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency) ของเจดีย์เท่ากับ 3.559 Hz และอัตราส่วนความหน่วงเท่ากับ 0.0130

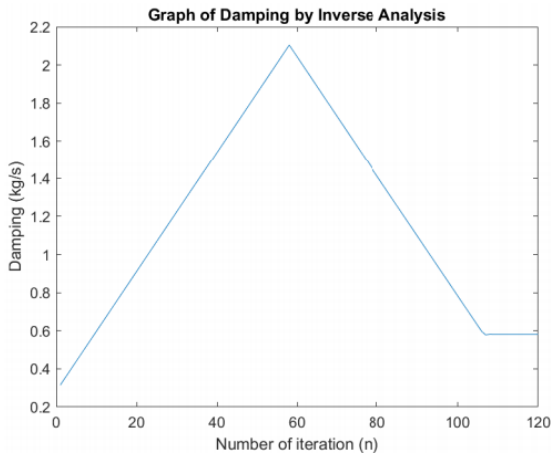
จากรูปที่ 15 และ 16 จะทราบว่าอัตราเร่งขององค์เจดีย์ที่วัดได้ และจากการคำนวณด้วยวิธีประวัติเวลาของนิวมาร์คด้วยตัวแปรทางพลศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์หย้อนกลับ พบว่ากราฟอัตราเร่งมีรูปร่างลักษณะที่ใกล้เคียงกัน โดยอัตราเร่งจากการคำนวณด้วยวิธีนิวมาร์คมีค่าอัตราเร่งสัมบูรณ์สูงส่น้อยกว่าอัตราเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของเจดีย์ที่วัดได้ โดยในทิศเหนือ-ใต้ (NS) ค่าอัตราเร่งสูงสุดสัมบูรณ์จากการคำนวณเท่ากับ 1.59 cm/sec<sup>2</sup> และค่าสัมบูรณ์ของอัตราเร่งที่วัดได้มีค่าเท่ากับ 2.94 cm/sec<sup>2</sup> ในทิศทางตะวันออกตะวันตก (EW) และค่าอัตราเร่งสูงสุดสัมบูรณ์จากการคำนวณเท่ากับ 1.59 cm/sec<sup>2</sup> และค่าสัมบูรณ์ของอัตราเร่งที่วัดได้เท่ากับ 5.06 cm/sec<sup>2</sup> ซึ่งค่านี้มีความแตกต่างกันค่อนข้างมากเนื่องจากการวิเคราะห์หย้อนกลับนี้สมมติให้เจดีย์เป็นระบบอิสระเชิงเดี่ยว (Single Degree of Freedom System) ดังนั้นจึงเป็นไปได้ว่าผลของโหมดในการสั่นอื่น ๆ ไม่ได้นำมาวิเคราะห์ด้วย จึงทำให้เกิดความแตกต่างของค่าความเร่งสูงสุดขึ้น



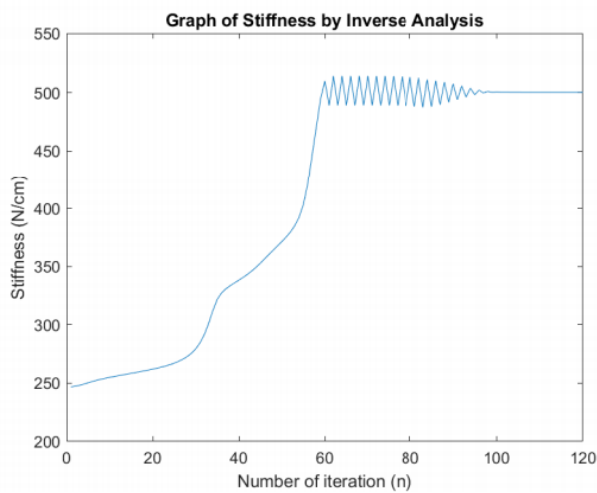
รูป 11 กราฟการลู่เข้าของค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงจากการคำนวณโดยวิธีการวิเคราะห์หย้อนกลับ ในทิศเหนือ-ใต้ (NS)



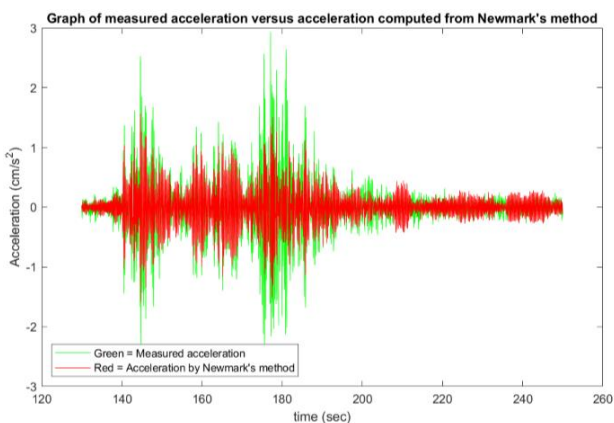
รูป 12 กราฟการลู่เข้าของค่าความแข็งของเจดีย์โดยวิธีการวิเคราะห์หย้อนกลับ ในทิศเหนือ-ใต้ (NS)



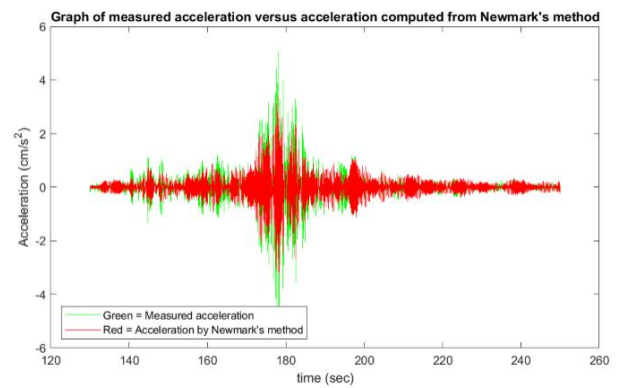
รูปที่ 13 กราฟการเข้าสู่ของค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงจากการคำนวณโดยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับ ในทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW)



รูปที่ 14 กราฟการเข้าสู่ของค่าความแข็งของเจดีย์จากการคำนวณโดยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับ ในทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW)



รูปที่ 15 อัตราเร่งสัมพัทธ์ขององค์เจดีย์ที่วัดได้ เทียบกับจากการคำนวณวิธีประวัติเวลาของนิวมาร์ค ในทิศเหนือ-ใต้ (NS)



รูปที่ 16 อัตราเร่งสัมพัทธ์ขององค์เจดีย์ที่วัดได้ เทียบกับจากการคำนวณวิธีประวัติเวลาของนิวมาร์ค ในตะวันออก-ตะวันตก (EW)

#### 4. บทสรุป

ผู้วิจัยได้ทราบค่าประมาณคุณสมบัติทางพลศาสตร์ของเจดีย์วัดอุโมงค์ (สวนพุทธธรรม) จังหวัดเชียงใหม่ ภายใต้อิทธิพลของอัตราเร่งของแผ่นดินไหว ที่เกิดขึ้นในสาธารณรัฐแห่งสหภาพเมียนมาร์ ขนาด 5.9 ริคเตอร์ ณ วันที่ 12 มกราคม 2561 เวลา 01:26 น. โดยพบว่า

1. ความถี่ธรรมชาติโดยประมาณของเจดีย์โดยการวิเคราะห์อัตราเร่งของการสั่นที่เกิดขึ้นขององค์เจดีย์ด้วยวิธีฟูเรียร์เท่ากับ 3.44 Hz ในทิศเหนือ-ใต้ (NS) และความถี่ธรรมชาติเท่ากับ 3.52 Hz ในทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW)
2. ความถี่ธรรมชาติโดยประมาณของเจดีย์ด้วยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับมีค่าเท่ากับ 3.50 Hz ทั้งในแนวทิศเหนือ-ใต้ (NS) และเท่ากับ 3.56 Hz แนวทิศตะวันออก-ตะวันตก (EW) ซึ่งสามารถคำนวณความคลาดเคลื่อนเทียบกับความถี่ธรรมชาติที่ประเมินด้วยวิธีฟูเรียร์มากที่สุดเท่ากับร้อยละ 1.74 ในทิศเหนือใต้ และร้อยละ 1.13 ในทิศตะวันออกตะวันตก
3. จากวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับทราบค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง (c) เท่ากับ 0.715 และ 0.5813 kg/sec ค่าความแข็งของเจดีย์ (k) ได้เท่ากับ 484.70 และ 500.2 N/cm ซึ่งสามารถคำนวณอัตราส่วนความหน่วง ( $\zeta$ ) ได้เท่ากับ 0.0162 และ 0.0130 ในทิศทางเหนือใต้ (NS) และตะวันออกตะวันตก (EW) ตามลำดับ

ดังนั้นจึงพบว่าการประมาณตัวแปรทางพลศาสตร์ด้วยวิธีการวิเคราะห์ย้อนกลับ ดังที่เสนอมานี้ มีความถูกต้องแม่นยำในระดับที่เชื่อถือได้ ข้อมูลตัวแปรทางพลศาสตร์ของตัวเจดีย์วัดอุโมงค์(สวนพุทธธรรม) ในทิศทาง-เหนือใต้ (NS) และทิศทางตะวันออก-ตะวันตก (EW) มีค่าใกล้เคียงกัน เนื่องจากรูปทรงของเจดีย์วัดอุโมงค์แบบระฆังคว่ำนั้นเป็นโครงสร้างที่สมมาตร

#### กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยนี้ได้รับความอนุเคราะห์ด้านสถานที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากสำนักศิลปากรที่ 7 จังหวัดเชียงใหม่ และวัดอุโมงค์ (สวนพุทธธรรม) และได้รับทุนสนับสนุนจาก ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Buachart, C., Hansapinyo, C., and Pratomkhum P. (2019). Dynamic Monitoring of Wat-Umong Stupa Under Natural Vibration. *The 24th National Convention on Civil Engineering (NCCE24)*, Udonthani, Thailand, 10-12 July 2019, pp.1-3.
- [2] พิธาน ไพโรจน์. (2553). การลดทอนคลื่นของแผ่นดินไหวระยะไกลในประเทศไทย. *วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, หน้า 5-11.*
- [3] ณัฐวัฒน์ วัตวิเศษ. (2560). กลไกการเกิดแผ่นดินไหวตามเขตมุดตัวของเปลือกโลก หมู่เกาะฟิลิปปินส์. การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- [4] สำนักเฝ้าระวังแผ่นดินไหว. (2561). รายงานการเกิดแผ่นดินไหวบริเวณประเทศไทยและพื้นที่ใกล้เคียง เดือนมกราคม พ.ศ. 2561. *กรมอุตุนิยมวิทยา, หน้า 13.*
- [5] aLab Incorporated. (2015). *Seismic Acceleration Sensor ITK System for Structural Health Monitoring*. Tokyo, pp. 1-4.
- [6] Chopra, Anil K. (2012). *Dynamics of Structures*. Prentice-Hall, pp. 165-199.
- [7] Miyamoto M. and T. Hanazato, T. (2015), Vibration Characteristics of Historical Masonry Buildings Based on Seismic Observation, *The 2nd International Conference on Preservation Maintenance and Rehabilitation of Historic Buildings and Structures*, Porto, Portugal, 22-24 July 2015, pp. 789-797.
- [8] SeismoSoft Ltd. (2018). *Earthquake Software for Signal Processing of Strong-Motion data*. Retrieved 25 February 2019 from <https://seismosoft.com/products/seismosignal>
- [9] Matsushima, M. and Matsui, K. (1991). Investigation on Dynamic Characteristics of Existing Circuit Breaker by Structural Identification Method. *The 9th Int. Conf. on Computing in Engineering Science*, Patras, Greece, 20-25 April 1991, pp. 3-5.